

2. SEMNALE CU MODULAȚIE LINIARĂ

5.1 Forma generală a semnalelor

În acest capitol semnalul nemodulat va fi exprimat prin:

$$s_0(t) = U_0 \cos \omega_0 t$$

iar semnalul modulator prin funcția $g(t)$, de bandă limitată

$$G(\omega) = \mathfrak{F}\{g(t)\} = 0$$

$$|\omega| > \omega_{mM}; \omega_{mM} < \omega_0$$

Adeseori, pentru simplificarea scrierii se va lua $U_0 = 1$.

În cazul general semnalul modulator are o valoare medie $\bar{g}(t)$.

Introducând notațiile

$$g_c = \overline{g(t)}; g(t) = g_c + g'(t); g_{\max} = \max\{g'(t)\}$$

se poate scrie

$$g(t) = g_c + g_{\max} f(t)$$

desemnând prin $f(t)$ semnalul modulator *normalizat*.

Evident

$$F(\omega) = \mathfrak{F}\{f(t)\} = 0 \text{ pentru } |\omega| \geq \omega_{mM}$$

O schemă bloc, de maximă generalitate, destinată producerii semnalelor cu ML, este dată în figura 5.1.

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

Schema cuprinde un circuit de multiplicare și un filtru de formare; acesta din urmă are funcția de transfer $H(\omega)$. Semnalul modulat are proprietăți distincte funcție de caracteristicile filtrului de formare și de nivelul componentei continue a semnalului modulator.

Astfel se disting:

- semnale cu modulație de amplitudine cu purtătoare (MA cu P sau simplu MA);
- semnale cu modulație de amplitudine cu purtătoare suprimată (MA-PS, sau bandă laterală.
- semnale cu modulație de amplitudine cu bandă laterală unică (MA-BLU).
- semnale cu modulație de amplitudine cu rest de bandă laterală (MA-RBL).

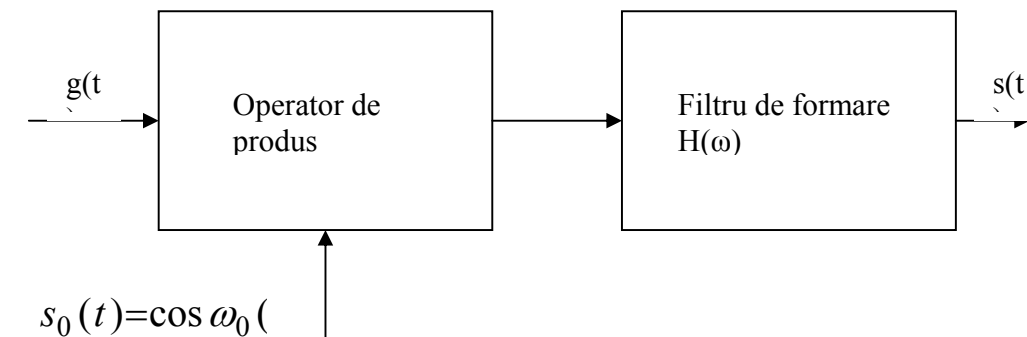


Fig. 5.1 Schema bloc generală de producere a semnalelor cu modulație liniară.

În continuare se va analiza expresia generală a semnalului modulat, punând în evidență că ea poate fi scrisă sub forma sumei a două componente: o componentă “în fază” cu purtătoarea și o componentă “în cuadratură”; pe această bază se va da o altă schemă bloc pentru producerea semnalelor cu ML. Apoi, în subcapitolele următoare, aspectele generale analizate vor fi particularizate pentru cele patru tipuri de semnale menționate, evidențiind principalele caracteristici ale fiecăruia.

Notând cu $h(t)$ funcția pondere a filtrului de formare:

$$h(t) = \mathfrak{T}^{-1}\{H(\omega)\},$$

semnalul modulat se poate determina prin produsul de convoluție

$$s(t) = h(t) \otimes [g(t) \cos(\omega_0 t)] \quad (5.7)$$

iar perechea sa Fourier, $S(\omega)$, este

$$S(\omega) = \frac{1}{2} H(\omega) [G(\omega - \omega_0) + G(\omega + \omega_0)] \quad (5.8)$$

Expresia (5.8) se află la originea denumirii de *semnale cu modulație liniară*. Într-adevăr, se observă că spectrul semnalului original suferă (numai) o translație din jurul frecvenței $\omega=0$, în jurul frecvenței $\omega=\omega_0$ și apoi o ponderare cu funcția de transfer a filtrului de formare. $H(\omega)$.

Prelucrând relația (5.7) se obține

$$\begin{aligned} s(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) g(t - \tau) \cos \omega_0 (t - \tau) d\tau = \\ &= \cos \omega_0 t \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cos \omega_0 \tau g(t - \tau) d\tau + \sin \omega_0 t \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \sin \omega_0 \tau g(t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

Notând

$$h_f(t) = h(t) \cos \omega_0 t; \quad h_q(t) = h(t) \sin \omega_0 t$$

respectiv

$$g_f(t) = g(t) \otimes h_f(t); \quad g_q(t) = g(t) \otimes h_q(t) \quad (5.10)$$

rezultă

$$s(t) = g_f(t) \cos \omega_0 t + g_q(t) \sin \omega_0 t$$

expresie care evidențiază faptul că semnalele cu modulație liniară pot fi puse sub forma sumei celor două componente menționate:

- componenta “în fază” – $g_f(t) \cos \omega_0 t$
- componenta “în cuadratură” – $g_q(t) \sin \omega_0 t$,

și că pot fi produse cu circuite având schema bloc dată în figura 5.2.

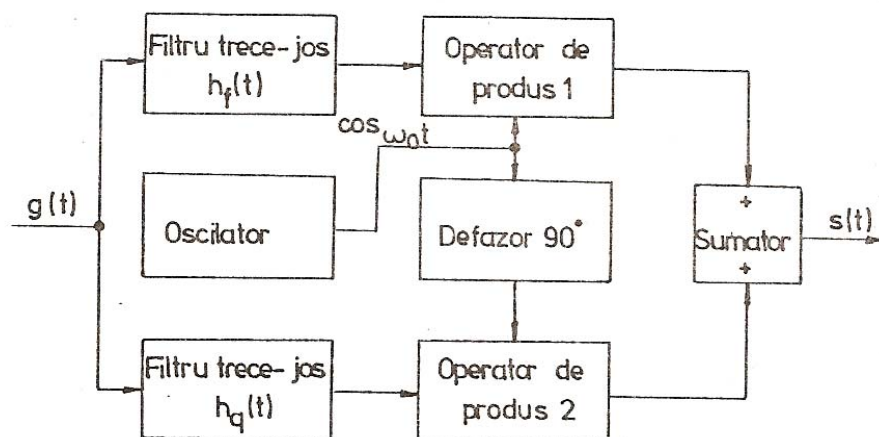


Fig. 5.2 Schema echivalentă de realizare a semnalelor cu modulație liniară.

De asemenea se constată că semnalul modulat poate fi scris și sub forma:

$$s(t) = g_f(t) \cos \omega_0 t + g_q(t) \sin \omega_0 t = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] \quad (5.14)$$

unde

$$A(t) = [g_f^2(t) + g_q^2(t)]^{\frac{1}{2}}, \quad \varphi(t) = -\arctg \frac{g_q(t)}{g_f(t)}$$

Expresia (5.14) evidențiază că, în cazul general, un semnal cu modulație liniară este modulat atât în amplitudine cât și în fază. Din acest motiv se poate considera că expresia “modulație liniară” este mai potrivită decât “modulație de amplitudine”, folosită în mod obișnuit pentru a desemna cele patru tipuri de semnale menționate mai sus.

2.2 Semnale MA

Se presupune că semnalul modulator, $g(t)$, are o componentă continuă suficient de mare, astfel încât

$$g(t) \geq 0, \quad \forall t \quad (5.15)$$

și că filtrul de formare are funcția de transfer

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

$$H(\omega) = 1, \forall \omega$$

În aceste condiții semnalul modulat poate fi scris

$$s(t) = [g_c + g'(t)]\cos\omega_0 t = g_c[1 + mf(t)]\cos\omega_0 t$$

unde prin

$$m = \frac{g_{\max}}{g_c} \leq 1$$

s-a notat gradul de modulație.

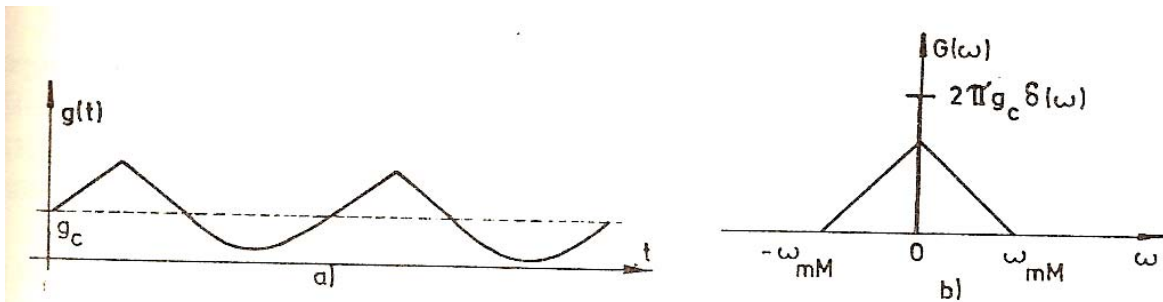


Fig. 5.3 Semnalul modulator: a) o formă particulară în timp;
b) o formă particulară a densității spectrale.

De remarcat că relația (5.15) se impune pentru a asigura realizarea unui grad de modulație subunitar ($m \leq 1$). Așa cum se va arăta mai departe această restricție este necesară în sistemele în care trebuie folosite procedee de detecție economice.

Aplicând transformarea Fourier se obține:

$$S(\omega) = \pi g_c \delta(\omega - \omega_0) + \pi g_c \delta(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2} G'(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} G'(\omega + \omega_0)$$

Pentru a preciza ideile de mai sus, se consideră că semnalul modulator este caracterizat prin variația în timp și densitatea spectrală reprezentate în figura 5.3. caz în care pentru semnalul modulat se obțin funcțiile date în figura 5.4.

Se observă că banda ocupată de semnalul modulat este

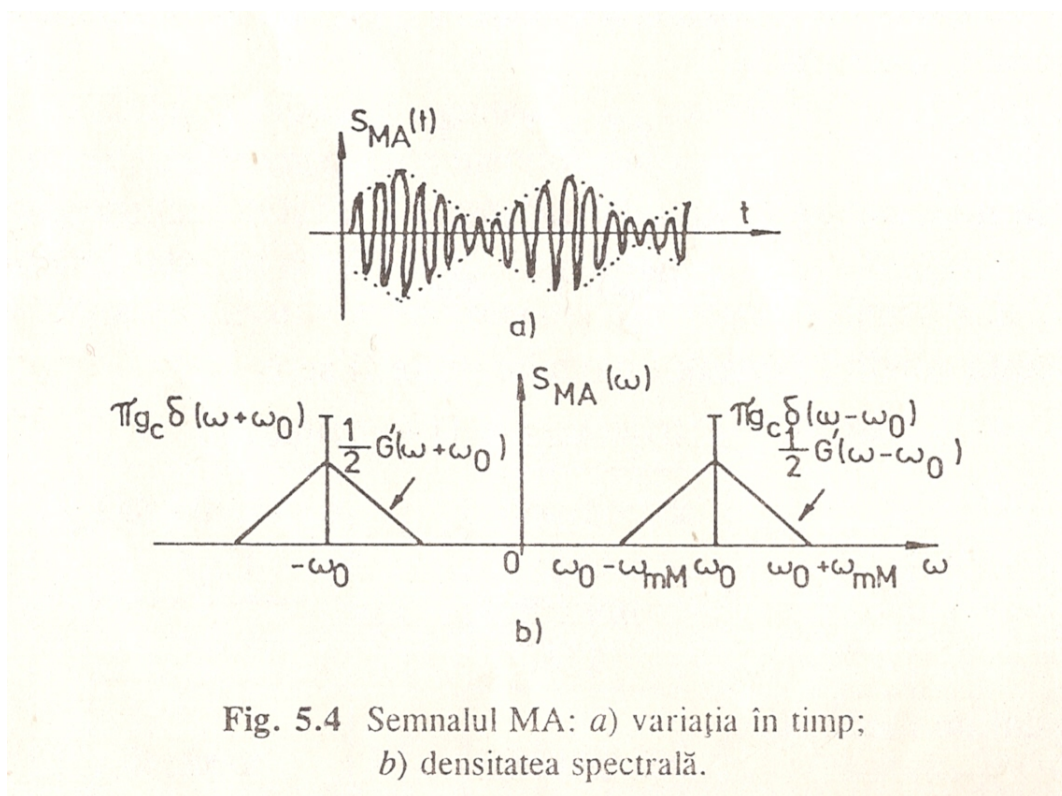


Fig. 5.4 Semnalul MA: a) variația în timp;
b) densitatea spectrală.

$$B_0 = 2f_{mM}$$

De asemenea, din figura 5.4-a, se constată că mesajul este purtat de anvelopa (înfășurătoarea) semnalului purtător, deci extragerea sa, operațiune denumită *deteecție*, sau *demodulare*, poate fi realizată cu circuitul dat în figura 5.5. Acesta este *detectorul de anvelopă* iar funcționarea sa este ușor de urmărit. Simplitatea acestui circuit reprezintă unul dintre principalele avantaje ale semnalelor MA.

Este interesant de remarcat că funcția spectrală $G(\omega)$ corespunde unui semnal real deci îndeplinește condiția:

$$G(-\omega) = G^*(\omega)$$

Așadar pentru refacerea semnalului $g(t)$ este suficient să fie cunoscută această funcție fie pentru $\omega \geq 0$ fie pentru $\omega \leq 0$. Semnalul modulat conține două benzi laterale laterale: o bandă laterală superioară (plasată la $\omega \geq \omega_0$) corespunzătoare funcției $G(\omega)$ definită pentru $\omega \geq 0$ și o bandă laterală inferioară corespunzătoare funcției $G(\omega)$ definită

pentru $\omega \leq 0$ (situată la $\omega \leq \omega_0$). În consecință transmisiunea realizată este redundantă, una din cele două benzi fiind suficientă pentru recuperarea informației.

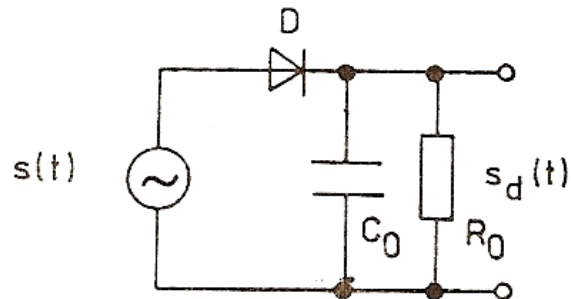


Fig. 5.5 Detectorul de anvelopă.

5.3 Semnale MA-PS

Aceste semnale pot fi considerate ca un caz particular al semnalelor MA, cazul în care componenta continuă a semnalului modulator este nulă; rămâne valabilă condiția

$$H(\omega) = 1 \quad \forall \omega$$

În aceste ipoteze semnalul modulat va fi

$$s(t) = g(t) \cos \omega_0 t$$

respectiv

$$S(\omega) = \frac{1}{2} G(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2} G(\omega - \omega_0)$$

Analizând graficele date în figura 5.6, corespunzătoare semnalului modulator și semnalului modulat, se constată că:

- din funcțiile spectrale au dispărut termenii de tipul $\delta(\omega)$ (care proveneau de la componenta continuă);

- banda ocupată de semnalul modulat a rămas nemodificată: $B_0 = 2f_{mM}$;
- demodularea nu poate fi realizată cu detectorul de anvelopă, la ieșirea acestuia obținându-se un semnal având variația dată în figura 5.6-c, care nu este replică a semnalului modulator, ci a modulului acestuia.

Se observă că semnale MA-PS, nu prezintă componentă în cuadratură; o modulație de fază există, totuși; într-adevăr se observă că semnalul poate fi scris:

$$s(t) = |g(t)| \cos\left(\omega_0 t + \frac{1 - \text{sgn}[g(t)]}{2} \pi\right)$$

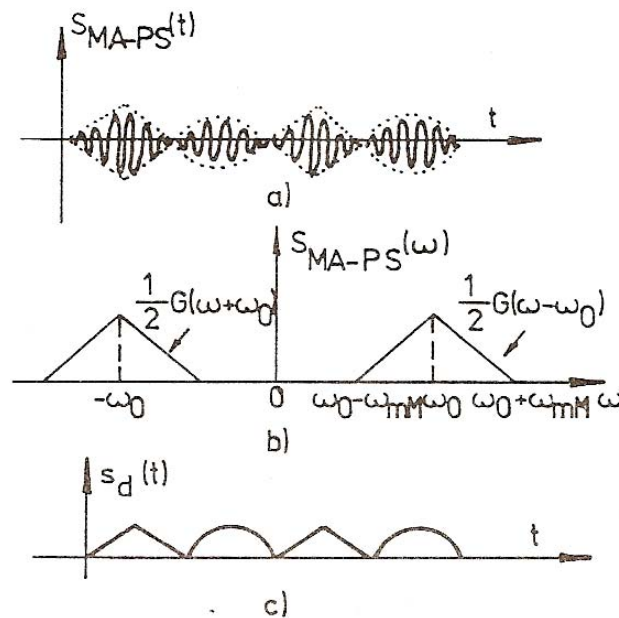


Fig. 5.6 Semnale MA-PS: a) variația în timp; b) densitatea spectrală; c) semnalul extras cu un detector de anvelopă.

5.4 Comparație între semnalele MA și semnalele MA-PS

Din paragrafele precedente rezultă următoarele concluzii:

- ambele tipuri de semnale ocupă o bandă egală cu $2f_{mM}$;
- transmisiunea este redundantă, una dintre cele două benzi laterale fiind suficientă pentru refacerea mesajului transmis;

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

- semnalele MA beneficiază de un detector foarte simplu: detectorul de anvelopă;
- avantajul precedent implică transmiterea unei componente continue care nu poartă informație; aceasta conduce la utilizarea neeconomică a puterii emise prin comparație cu semnalele MA-PS.

Pentru a justifica ultima afirmație se consideră că semnalul MA-PS provine din semnalul MA,

$$s_{MA}(t) = g_c [1 + mf(t)] \cos \omega_0 t$$

prin “suprimarea” purtătoarei:

$$s_{MA-PS}(t) = g_c mf(t) \cos \omega_0 t$$

Considerând că semnalele sunt observate pe o rezistență $R = 1\Omega$ și ținând cont că funcția $f(t)$ are valoare medie nulă, puterile corespunzătoare celor două semnale analizate sunt:

$$P_{MA} = \overline{s_{MA}^2(t)} = \frac{g_c^2}{2} \left[1 + m^2 \overline{f^2(t)} \right]$$

$$P_{MA-PS} = \overline{s_{MA-PS}^2(t)} = \frac{g_c^2 m^2}{2} \overline{f^2(t)}$$

Se obține raportul

$$\frac{P_{MA}}{P_{MA-PS}} = \frac{1 + m^2 \overline{f^2(t)}}{m^2 \overline{f^2(t)}} = 1 + \frac{1}{m^2 \overline{f^2(t)}} \geq 1 + \frac{1}{\overline{f^2(t)}}$$

În cazul semnalului modulator simplu $f(t) = \cos \omega_m t$, pentru care $\overline{f^2(t)} = 1/2$ se obține:

$$\frac{P_{MA}}{P_{MA-PS}} = 3$$

Luând în considerație criteriile de mai sus, în cazul unui sistem de comunicație concret, se poate alege tipul de transmisiune adecvat. Astfel în sistemele de radiodifuziune, unde numărul de receptoare care lucrează cu un emițător este foarte

mare, este preferată simplitatea demodulării în utilizarea economică a puterii de emisie, deci se preferă transmisiunea cu semnale MA. În radiocomunicațiile punct la punct în care puterea de emisie trebuie rațional folosită, poate fi preferată transmisiunea cu MA-PS (sau, cum se va vedea mai departe, transmisiunea cu BLU).

5.5 Semnale MA cu bandă laterală unică (MA-BLU)

Aceste semnale presupun transmiterea unei singure benzi laterale pentru a elimina caracterul redundant al procesului de comunicație remarcat la semnalele MA și MA-PS.

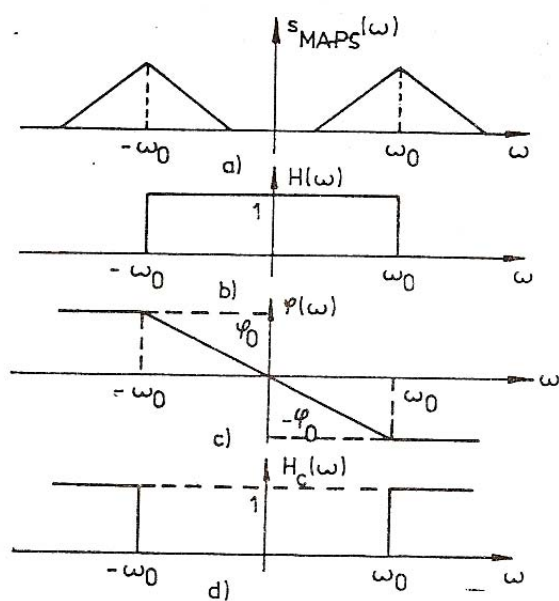


Fig. 5.7 Formarea semnalelor cu BLU: a) densitatea spectrală a semnalului MA-PS; b) modulul factorului de transfer pentru semnale BLU-I; c) caracteristica de fază a filtrului $H(\omega)$; d) modulul factorului de transfer pentru semnale BLU-S.

În acest scop filtrul de formare poate să aibă caracteristica de selectivitate reprezentată în figura 5.7-b care corespunde unui filtru ideal trece-jos.

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

Caracteristica de fază a acestui filtru este liniar variabilă cu frecvența (fig.5-7c). Efectul acesteia constă într-o *întârziere* a semnalului filtrat. Deoarece acest efect modifică performanțele semnalului modulat, pentru simplificarea expresiilor prelucrate, se va presupune în continuare că faza filtrelor este nulă.

În aceste condiții, funcția de transfer poate fi scrisă

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_0 \\ 0 & |\omega| > \omega_0 \end{cases}$$

Dacă la intrarea acestui filtru se aplică un semnal MA-PS la ieșire se obține un semnal conținând numai banda laterală inferioară (semnale MA-BLU-I). Pentru a obține semnale care transmit banda laterală superioară (MA-BLU-S) filtrul de formare va avea funcția de transfer $H_c(\omega)$ (figura 5.7-d):

$$H_c(\omega) = \begin{cases} 0 & |\omega| < \omega_0 \\ 1 & |\omega| \geq \omega_0 \end{cases}$$

Cele două filtre sunt complementare și este evidentă relația

$$S_{MA-PS}(t) = S_{BLU-I}(t) + S_{BLU-S}(t)$$

În consecință, este suficientă analiza unuia dintre cele două tipuri de semnale MA-BLU, concluziile putând fi extinse, cu ușurință, la celălalt.

Fie cazul MA-BLU-I analizat; se va urmări precizarea componentelor în fază și în cuadratură.

Pentru filtrul trece-jos se obține funcția pondere

$$h(t) = \mathfrak{F}^{-1}\{H(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{\pi} \frac{\sin \omega_0 t}{t}$$

După filtru, semnalul este

$$\begin{aligned} S_{BLU-I}(t) &= h(t) \otimes [g(t) \cos \omega_0 t] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0(t-\tau)}{(t-\tau)} g(\tau) \cos \omega_0 \tau d\tau = \\ &= \sin \omega_0 t \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\tau) \cos^2 \omega_0 \tau}{\pi(t-\tau)} d\tau - \cos \omega_0 t \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\tau) \cos \omega_0 \tau \sin \omega_0 \tau}{\pi(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (5.37)$$

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

Prelucrarea expresiei (5.37) poate fi realizată simplu dacă se apelează la transformarea Hilbert.

Transformarea Hilbert a unei funcții $g(t)$ se notează $g(t)$ și este dată de expresia

(5.38)

$$g(t) = H\{g(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

în care integrala se efectuează în sensul valorii principale.

Expresia (5.38) se poate scrie și sub forma

$$g(t) = g(t) \otimes h_H(t); \quad h_H(t) = \frac{1}{\pi t}$$

adică perechea (transformata) Hilbert a unui semnal se obține prin trecerea acestuia printr-un filtru având funcția pondere $h_H(t)$.

Se observă că filtrul Hilbert este diferit de zero și la $t < 0$; în consecință el nu este causal, în cazul general, nu este fizic realizabil.

Noi informații despre acest filtru pot fi obținute prin determinarea funcției sale de transfer

$$H_H(\omega) = \mathfrak{F}[h_H(t)] \quad (5.40)$$

Prelucrarea expresiei (5.40) poate fi simplificată folosind unele dintre teoremele Fourier (teorema liniarității, teorema simetriei) și transformatele unor funcții

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\{\sigma(t)\} &= \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \\ \mathfrak{F}\{\delta(t)\} &= 1 \end{aligned}$$

Se deduce

$$H_H(\omega) = j[1 - 2\sigma(\omega)] = -j \operatorname{sgn} \omega \quad (5.42)$$

Modulul și faza funcției $H_H(\omega)$ sunt reprezentate în figura 5.8.

Așadar transformarea Hubert se poate realiza trecând semnalul original printr-un filtru trece tot care introduce un defazaj de 90° . Acest rezultat continuă ideea că filtrul Hubert este irealizabil.

În cazul particular când semnalul este de bandă limitată filtrul trebuie să aibă modulul egal cu 1 și să introducă un defazaj de 90° numai în banda ocupată de semnal. *Un astfel de filtru poate fi realizat și deci transformata Hilbert, în cazuri particulare, poate fi obținută.*

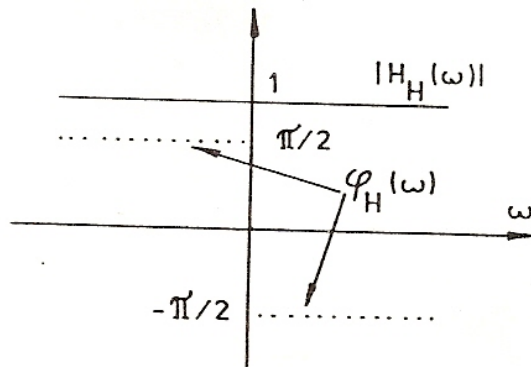


Fig. 5.8 Filtru Hilbert: modulul factorului de transfer și caracteristica de fază.

În încheierea acestei scurte prezentări a transformatei Hilbert se dau câteva perechi utile în prelucrarea expresiei (5.42):

$$\begin{aligned} H[g(t)\cos\omega_0 t] &= g(t)\sin\omega_0 t \\ H[g(t)\sin\omega_0 t] &= -g(t)\cos\omega_0 t \\ H[g(t)] &= -g(t) \end{aligned}$$

De menționat că în relațiile de mai sus semnalul $g(t)$ trebuie să fie caracterizat prin

$$G(\omega) = 0, |\omega| \geq \omega_0$$

Pentru precizarea modului de lucru se demonstrează (5.37). Intr-adevăr:

$$\begin{aligned} H\{g(t)\cos\omega_0 t\} &= \mathfrak{T}^{-1}\left\{\frac{1}{2}G(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}G(\omega + \omega_0)H_H(\omega)\right\} = \\ \mathfrak{T}^{-1}\left\{-\frac{j}{2}G(\omega - \omega_0) + \frac{j}{2}G(\omega + \omega_0)\right\} &= g(t)\sin\omega_0 t \end{aligned}$$

Revenind la semnalele MA-BLU, expresia (5.37) devine

$$\begin{aligned} S_{BLU-I}(t) &= \frac{1}{2}g(t)\cos 2\omega_0 t \cos\omega_0 t + \frac{1}{2}g(t)\sin\omega_0 t - \frac{1}{2}g(t)\sin 2\omega_0 t \sin\omega_0 t = \\ &= \frac{1}{2}g(t)\cos\omega_0 t + \frac{1}{2}g(t)\sin\omega_0 t \end{aligned} \quad (5.46)$$

Așadar componenta în fază este modulată cu mesajul original atenuat, $1/2g(t)$, iar componenta în cuadratură cu transformata Hilbert a acestuia.

Pentru semnalele MA-BLU-S ținând cont de relația (5.28), se obține:

$$S_{BLU-S}(t) = S_{MA-PS}(t) - S_{BLU-I}(t) = \frac{1}{2}g(t)\cos\omega_0 t - \frac{1}{2}g(t)\sin\omega_0 t \quad (5.47)$$

Pe baza expresiilor (5.46) și (5.47) schema bloc din figura 5.2 va avea structura dată în figura 5.9.

Semnalul modulat cu BLU poate fi scris și sub forma:

$$S_{BLU}(t) = \frac{1}{2}\sqrt{g^2(t) + g^2(t)} \cos\left[\omega_0 t \pm \arctg \frac{g(t)}{g(t)}\right]$$

adică, el este modulat atât în amplitudine cât și în fază.

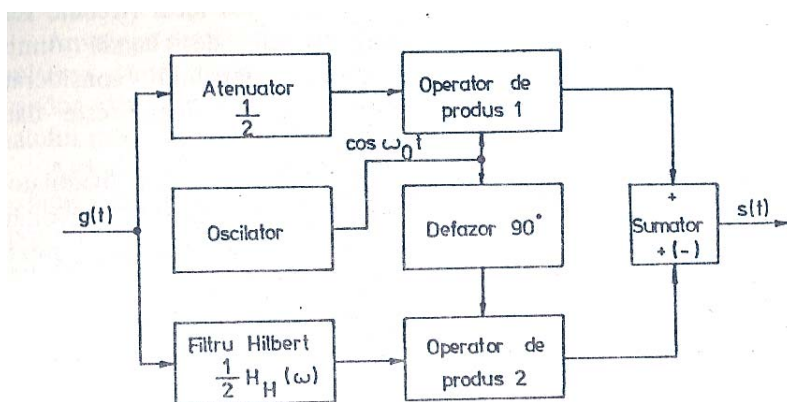


Fig. 5.9 Schema bloc folosită pentru producerea semnalelor cu BLU prin transformarea Hilbert.

5.6 Comparație între semnalele BLU și semnalele BLD

Semnalele cu BLU ocupă o bandă de frecvență egală cu cea ocupată de semnalul original, aceasta fiind soluția cea mai eficientă de folosire a benzii de frecvență, în absența altor prelucrări.

Semnalele cu BLU transmit integral, parțial sau deloc purtătoarea, funcție de unele avantaje rezultate în procesul de demodulare; de cele mai multe ori purtătoarea nu se transmite. Așadar aceste semnale sunt eficiente și din punctul de vedere al utilizării puterii emițătorului. Se poate arăta că există semnale pentru care această afirmație nu este adevărată. Astfel în cazul unor semnale periodice, limitate din punctul de vedere al gamei dinamice, semnalul BLU prezintă valori de vârf extrem de mari ale anvelopei. Existența supărătoare deoarece etajele finale se pot distruge dacă puterea disipată este depășită fie și pentru un interval foarte scurt de timp. În consecință, acestea vor trebui dimensionate să lucreze mult sub puterea lor de vârf, ceea ce atrage după sine folosirea nerațională a stației de emisie.

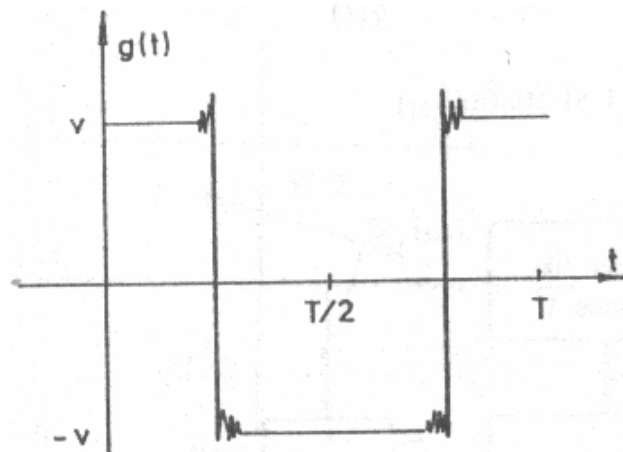


Fig. 5.10 Semnalul modulator după filtrare.

Pentru ilustrarea celor afirmate se ia în considerație, ca semnal modulator, o succesiune periodică de impulsuri dreptunghiulare de amplitudine v , având forma rezultată la ieșirea unui filtru trece jos ideal (trebuie realizat un semnal de bandă limitată. Variația semnalului considerat pe durata unei perioade este dată în figura 5.10. Expresia semnalului modulator se obține prin trunchierea dezvoltării în serie a semnalului periodic dreptunghiular.

$$\bar{g}(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\sin k \frac{\pi}{2}}{k} \sin k \omega_1 t$$

Transformata sa Hilbert este

$$g(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\sin k \frac{\pi}{2}}{k} \cos k \omega_1 t$$

iar semnalul modulat cu BLU devine:

$$s(t) = \frac{1}{2}g(t)\cos\omega_0t \pm \frac{1}{2}g(t)\sin\omega_0t =$$

$$\left(\frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\sin k \frac{\pi}{2}}{k} \cos k\omega_1t \right) \cos\omega_0t \pm \left(\frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\sin k \frac{\pi}{2}}{k} \sin k\omega_1t \right) \sin\omega_0t$$

Analizând expresia semnalului la momentul $t_1=T_1/4$ se obține:

$$s(t_1) = \frac{2V}{\pi} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{N} \right) \sin\omega_0t_1, \text{ cu } N \text{ impar}$$

Dacă frecvența limită superioară a semnalului modulator este ω_M iar raportul ω_M/ω_1 este suficient de mare, rezultă că $N \gg 1$. Seria din paranteză fiind divergentă este de așteptat ca amplitudinea semnalului modulat cu BLU momentul t_1 să capete valori foarte mari.

Dacă semnalul modulator ar fi fost

$$g(t) = V \cos\omega_1t$$

deci, un semnal sinusoidal cu aceeași gamă dinamică precum semnalul dreptunghiular considerat mai sus, semnalul modulat cu BLU ar fi avut forma:

$$s(t) = \frac{1}{2}V \cos(\omega_0 \pm \omega_1)t$$

Anvelopa semnalului este egală cu $\frac{1}{2}$ și nu reprezintă vârfuri. De aici rezultă că limitarea gamei dinamice a semnalului modulator prin folosirea unui sistem compandor-expandor nu permite controlul valorilor de vârf ale anvelopei semnalului modulat.

Având în vedere diferențele mari sesizate între valorile de vârf ale semnalului modulat BLU, în cele două cazuri anterioare, a fost efectuat un calcul al raportului putere medie (P_m) - putere de vârf (P_v), pentru un semnal modulator periodic, având expresia

$$g(t) = -V \sin^k |\omega_1 t|, \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, 0\right]$$

$$g(t) = V \sin^k \omega_1 t, \quad t \in \left[0, \frac{T}{2}\right], \quad T = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

În care $k \in [0,1]$. Pentru $k=1$ semnalul modulator este sinusoidal, iar pentru $k=0$ este dreptunghiular, amplitudinea sa fiind V .

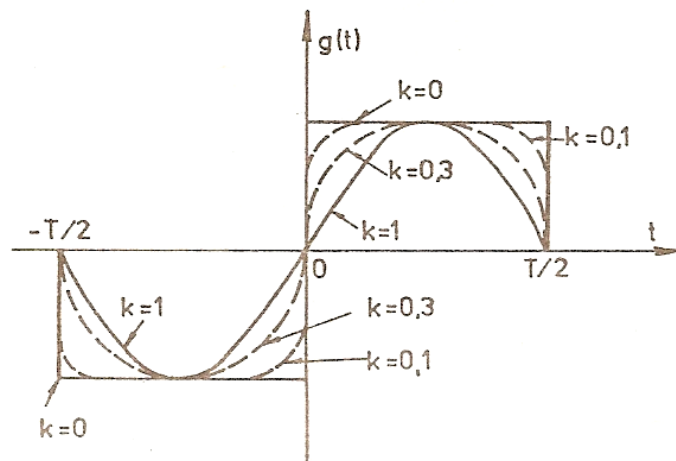


Fig. 5.11 Variația semnalului modulator în timp, funcție de parametrul k .

Forma semnalului modulator, în funcție de parametrul k , este reprezentată în figura 5.11. Raportul P_{\sim}/P_{\sim} , determinat în cazul modulației în amplitudine, modulației MA-PS și modulației cu BLU în funcție de parametrul k este reprezentat în figura 5.12 [14],[11].

În cazul semnalului modulator *dreptunghiular*, emițătorul este cel mai bine utilizat dacă se lucrează cu semnale MA-PS.

Modulația cu BLU va fi utilizată cu succes în condițiile unui semnal modulator cu o lege de variație *cât mai puțin regulată*.

Este interesant de menționat că în cazul comunicațiilor în fonie performanțele, din punctul de vedere analizat, pot fi ameliorate printr-o ușoară limitare a semnalului modulat înaintea etajelor de putere. Distorsiunile introduse sunt acceptabile.

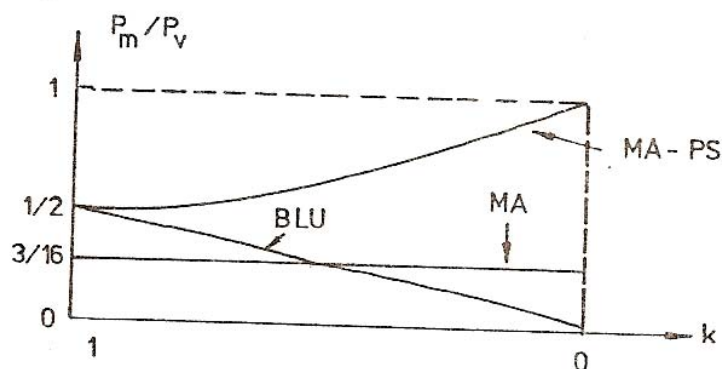


Fig. 5.12 Dependența raportului P_m/P_v funcție de parametrul k

5.7 Semnale MA cu rest de bandă laterală (MA-RBL)

Semnalele MA-RBL realizează un compromis între utilizarea eficientă a spectrului de frecvență, caracteristică semnalelor MA-BLU, și folosirea unor filtre economice; mai mult, în cazul unor semnale modulatorie care au componente la frecvențe foarte joase filtrele BLU sunt greu (uneori chiar imposibil) de realizat.

În schema de producere (figura 5.1) a semnalelor cu ML având rest de bandă laterală, filtrul de formare poate avea modulul factorului de transfer ca în figura 5.13.

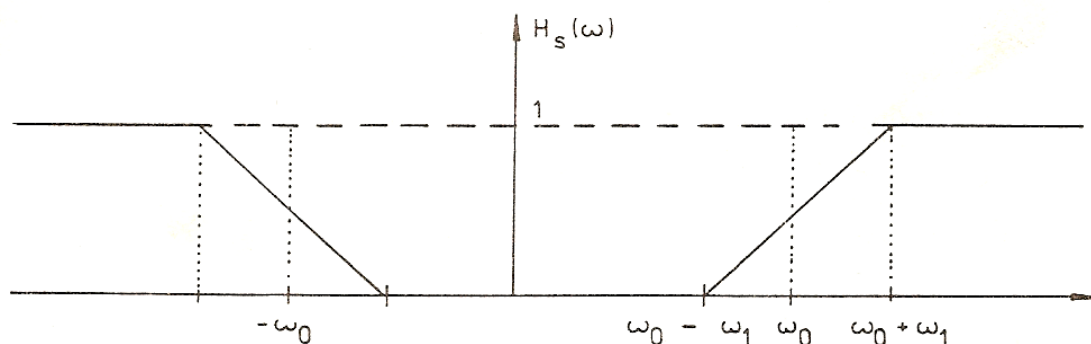


Fig. 5.13 Modulul factorului de transfer al unui filtru de formare folosit pentru realizarea semnalelor RBL.

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

Ca și în cazul semnalelor MA-BLU, caracteristica de fază a factorului de transfer este liniar variabilă cu frecvența

$$\begin{aligned} |\omega - \omega^0| &< \omega^{\text{max}} \\ \phi(\omega) &= \text{arg}[H(\omega)] = -(\omega - \omega^0)t^0 + \phi^0 \end{aligned}$$

Din aceleași considerente se va presupune

$$\rho(\omega) = 0 \quad \forall \omega$$

Cu aceste precizări se poate scrie:

$$H_s(\omega) \geq 0, \quad H_s(-\omega) = H_s(\omega)$$

și

$$H_s(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } |\omega| \leq \omega_0 - \omega_1 \\ 1 & \text{pentru } |\omega| \geq \omega_0 + \omega_1 \end{cases} \quad (5.58)$$

unde

$$\omega_1 < \omega_m M$$

Din (5.58) rezultă că pentru a defini funcția $H_s(\omega)$ trebuie precizată comportarea sa în intervalul

$$|\omega| \in [\omega_0 - \omega_1, \omega_0 + \omega_1] \quad (5.60)$$

Semnalul cu rest de banda laterala obținut în condițiile de mai sus va fi notat prin $s_{\text{RBL-S}}(t)$, având în vedere că banda laterală superioară se transmite aproape în întregime. Evident, există și un semnal complementar la care se transmite banda laterală inferioară.

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

Pentru a determina cerințele impuse factorului de transfer $H_s(\omega)$ în intervalul (5.60) se impune condiția ca semnalul modulat să aibă componenta în fază, la fel ca în cazul semnalului cu bandă laterală unică, adică modulată cu $\frac{1}{2}g(t)$; este demn de menționat că aceasta nu este o condiție artificială, ci ea conduce la avantaje importante în procesul de demodulare.

Facând apel la schema din figura 5.2 se constată că funcția de transfer a filtrului de pe calea “în fază” este

$$H_f(\omega) = \frac{1}{2}, \quad |\omega| \leq \omega_M$$

Având în vedere relațiile (5.10) se poate scrie:

$$H_f(\omega) = \mathfrak{T}\{h_f(t)\} = \frac{1}{2}H_s(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}H_s(\omega + \omega_0)$$

Se introduce funcția de transfer echivalentă de joasă frecvență

$$H_{JF}(\omega) \equiv H(\omega + \omega_0)$$

În cazul semnalelor considerate este valabilă aproximarea de bandă îngustă. și se poate folosi notația

$$\underline{H}^{\omega_0}(\omega) \equiv \underline{H}(\omega + \omega_0)$$

unde

$$\overline{H}(\omega) \equiv H(\omega)\sigma(\omega)$$

Funcția $H_{JF}(\omega)$ este reprezentată în figura 5.14-a.

Cu notațiile de mai sus (5.62) devine

$$H_f(\omega) = \frac{1}{2}H_{JF}(-\omega) + \frac{1}{2}H_{JF}(\omega)$$

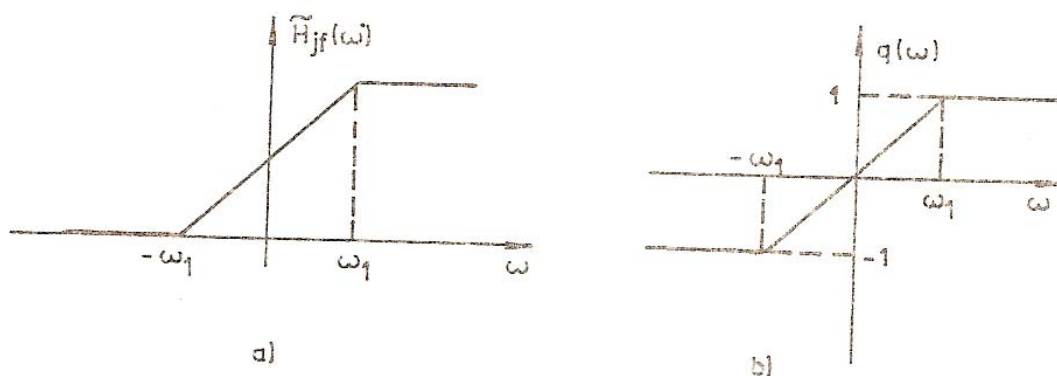


Fig. 5.14 a) Modulul funcției echivalente de joasă frecvență corespunzătoare filtrului de formare din figura 5.13 și b) variația funcției $q(\omega)$.

Se constată că notând

$$H_{JF}(\omega) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}q(\omega)$$

unde

$$q(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega = 0 \\ 1, & \omega \geq \omega_1 \\ -1, & \omega \leq -\omega_1 \end{cases}$$

Se respectă condițiile (5.57), (5.58).

Se obține

$$H_f(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} q(-\omega) \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} q(\omega) \right] =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} [q(-\omega) + q(\omega)]$$

și ținând cont de (5.61) rezultă

$$q(\omega) = -q(-\omega)$$

cu alte cuvinte funcția $q(\omega)$ este o funcție impară.

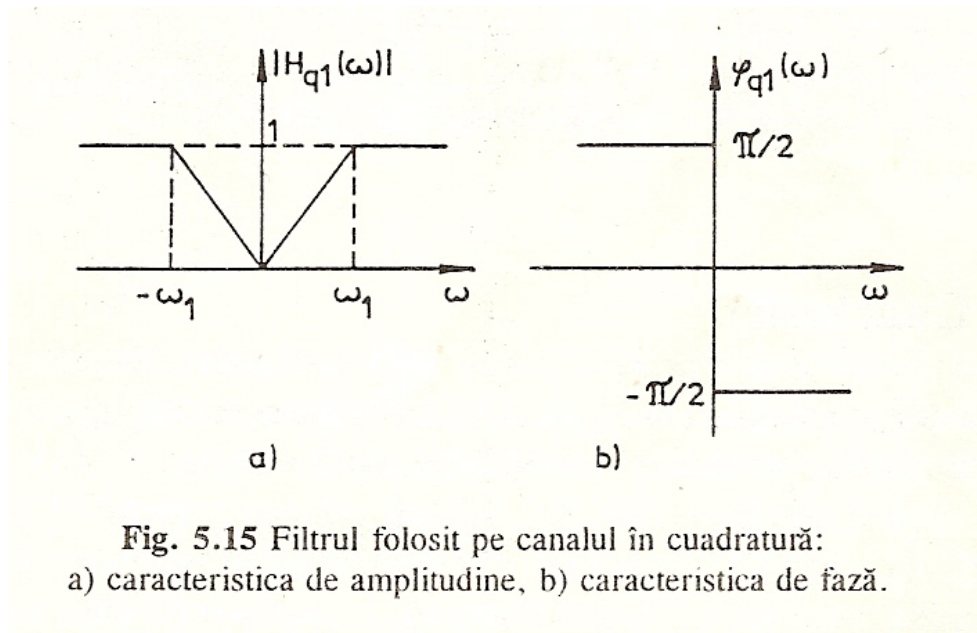
Pentru canalul în cuadratură, funcția de transfer a filtrului are expresia

$$H_q(\omega) = \Im\{h_q(t)\} = \frac{1}{2j} H_s(\omega - \omega_0) - \frac{1}{2j} H_s(\omega + \omega_0) = \frac{1}{2} jq(\omega)$$

deci este un filtru trece sus care introduce un defazaj de 90° . Pentru ca la limită, când , să se regăsească semnalele cu BLU-S defazajul trebuie să fie 90° . Folosind un filtru cu caracteristica

$$H_{q1}(\omega) = -H_q(\omega)$$

se îndeplinește dezideratul menționat; evident componenta astfel generată va fi luată în considerație cu semnul minus (în schema bloc aceasta se manifestă prin *scăderea* componentei “în cuadratură”, în loc de a o aduna). Modulul și faza funcției sunt reprezentate în figura **5.15**.



Cu aceste rezultate expresia semnalelor cu rest de bandă laterală studiate poate fi scrisă

$$s_{RBL-S}(t) = \frac{1}{2}g(t)\cos\omega_0 t - \frac{1}{2}g_{q1}(t)\sin\omega_0 t$$

unde

$$g_{q1}(t) = \mathfrak{T}^{-1}\{2H_{q1}(\omega)G(\omega)\}$$

Pentru semnalele cu rest de bandă laterală inferioară, $s_{RBLi}(t)$, la care se transmite, aproape în întregime, banda laterală inferioară, filtrul de formare se înlocuiește cu complementarul său, $H_s(\sim)$, astfel încât

$$H_I(\omega) + H_S(\omega) = 1$$

În consecință este valabilă relația

$$s_{RBL-I}(t) + s_{RBL-S}(t) = s_{MA-PS}(t)$$

și deci

$$s_{RBL-I}(t) = \frac{1}{2} g(t) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} g_{q1}(t) \sin \omega_0 t$$

5.8 Concluzii

Din analiza efectuată se constată că o expresie care prin particularizare poate conduce la orice semnal cu modulație liniară este

$$s(t) = \frac{\alpha}{2} g(t) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} g_q(t) \sin \omega_0 t$$

Cele patru tipuri de semnale rezultă din (5.77) după cum urmează:

a) semnale MA:

$$\alpha=2; \quad g_q(t)=0; \quad g(t)=g_c+g'(t) \geq 0$$

În acest caz este preferabilă scrierea

$$g_c [1 + mf(t)]$$

pentru a pune în evidență gradul de modulație;

b) semnale MA-PS:

$$\alpha=2; \quad g_c=0; \quad g_q(t)=0;$$

c) semnale MA-BLU:

$$\alpha=1; \quad g_q(t)=\pm g(t)$$

d) semnale MA-RBL:

$$\alpha=1; \quad g_q(t)=\pm g_{q1}(t)$$

Este util de reținut că semnalele MA și MA-PS nu au componentă în cuadratură, dar nu folosesc eficient spectrul de frecvență.

Transmisiuni Analogice și Digitale: Semnale cu Modulație liniară

Semnalele MA-BLU și MA-RBL ocupă o bandă de frecvență mai redusă (ajungând până la o bandă egală cu banda ocupată de semnalul originală) dar pentru aceasta există și o componentă în cuadratură respectiv o modulație de fază. Aceasta implică procedee mai complicate de generare și demodulare.