

12. PERFORMANȚE DE RAPORT SEMNAL ZGOMOT LA TRANSMISIUNILE CU MODULAȚIE IN FRECVENȚĂ

12.1 Introducere

Pentru cele ce urmează, rămân valabile considerațiile generale din capitolul 8. Abordând problema raportului semnal-zgomot în cazul zgomotului de fluctuații, definițiile pentru rapoartele P_{si}/P_{zi} și P_{se}/P_{ze} se mențin. Expresia semnalului modulat este dată corespunzător nivelului la intrarea în demodulator.

În cadrul schemei convenționale a receptorului în prezența zgomotului reluată în figura 12.1 frecvența centrală a amplificatorului selectiv este egală cu frecvența purtătoare f_o iar lărgimea de bandă egală cu cea a semnalului modulat B_{MF} .

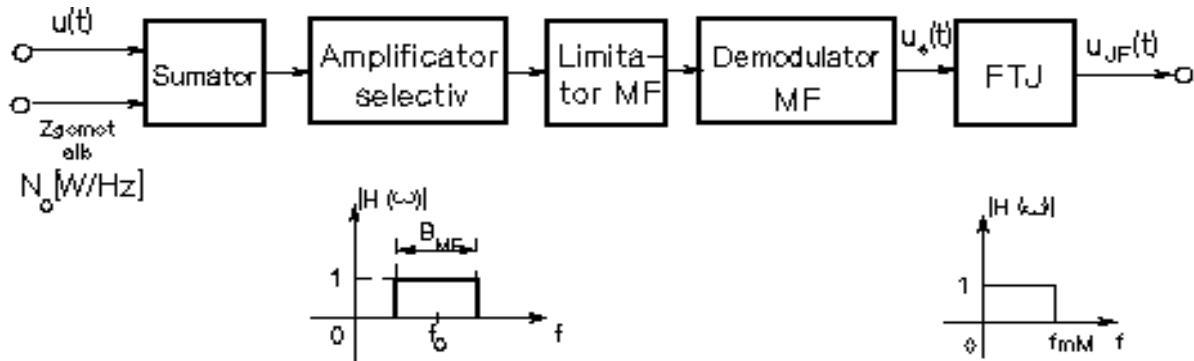


Figura 12.1

Zgomotul de bandă îngustă de la ieșirea amplificatorului selectiv are expresia :

$$z(t) = x(t)\cos\omega_o t - y(t)\sin\omega_o t \quad (12.1)$$

în care $x(t)$ și $y(t)$ reprezintă zgomote de joasă frecvență, gaussiene, de valoare medie zero având funcțiile densitate spectrală (v. paragraful 8.1):

$$w_x(\omega) = w_y(\omega) = \begin{cases} 2 N_o, & \omega \in [0, \pi B_{MF}] \\ 0 & \omega > \pi B_{MF} \end{cases} \quad (12.2)$$

Sub altă formă zgomotul poate fi scris

$$z(t) = R(t)\cos[\omega_o t + \theta(t)] \quad (12.3)$$

în care θ ia valori egal probabile în intervalul $(-\pi, \pi)$, iar $R(t)$ satisface distribuția Rayleigh

$$P(R < R_o) = 1 - e^{-R_o^2/2\sigma^2}, \quad \sigma^2 = N_o B_{MF} \quad (12.4)$$

Evident, există legătura

$$x(t) = R(t)\cos\theta(t), \quad y(t) = R(t)\sin\theta(t) \quad (12.5)$$

Înainte de demodulatorul MF se consideră plasat un limitator care elimină modulația nedorită de amplitudine.

Semnalul la ieșirea demodulatorului MF se consideră egal cu partea variabilă a frecvenței instantanee a semnalului de la intrarea limitatorului ($K_d=1$).

12.2 Efectul de captare

La ieșirea amplificatorului selectiv se consideră semnalul modulat în frecvență, având expresia

$$s(t) = U_o \cos[\omega_o t + \Phi(t)], \quad \Phi(t) = \Delta\omega \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (12.6)$$

și zgomotul de bandă îngustă

$$z(t) = R(t)\cos[\omega_o t + \theta(t)] \quad (12.7)$$

La intrarea în limitator se aplică deci semnalul

$$s_r(t) = s(t) + z(t) = S_r(t)\cos[\omega_o t + \Psi_r(t)] \quad (12.8)$$

Este necesar să se determine legea de variație a fazei din care rezultă partea variabilă a frecvenței instantanee și deci semnalul la ieșirea demodulatorului și se obține

$$u_e(t) = \omega_{vi}(t) = \frac{d \Psi_r(t)}{dt} \quad (12.9)$$

Este convenabil să se însumeze anvelopele complexe ale semnalelor (12.6) și (12.7):

$$\underline{S}(t) = U_o e^{j\Phi(t)}, \quad \underline{Z}(t) = R(t) e^{j\theta(t)} \quad (12.10)$$

de unde rezultă

$$\Psi_r(t) = \arg \underline{S}_r(t), \quad \underline{S}_r(t) = \underline{S}(t) + \underline{Z}(t) \quad (12.11)$$

Dacă în majoritatea timpului (sau cu maximum de probabilitate) semnalul modulat este mare față de zgomot, $U_o \gg R(t)$, din diagrama vectorială reprezentată în figura 12.2, se obține:

$$\begin{aligned} \Psi_r(t) &= \Phi(t) + \arctg \frac{R(t) \sin[\theta(t) - \Phi(t)]}{U_o + R(t) \cos[\theta(t) - \Phi(t)]} \approx \\ &\approx \Phi(t) + \frac{R(t)}{U_o} \sin[\theta(t) - \Phi(t)] \end{aligned} \quad (12.12)$$

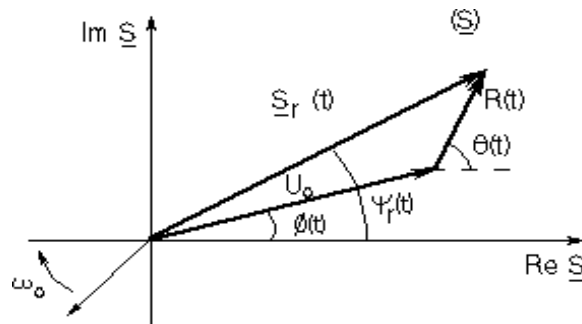


Figura 12.2

Notând

$$v(t) = R(t) \sin[\theta(t) - \Phi(t)] \quad (12.13)$$

se poate scrie

$$\Psi_r(t) = \Phi(t) + \frac{v(t)}{U_o} \quad (12.14)$$

Semnalul la ieșirea demodulatorului va fi

$$u_e(t) = \frac{d\Psi_r(t)}{dt} = \Phi(t) + \frac{1}{U_o} \frac{dv(t)}{dt} = \Delta\omega f(t) + \frac{1}{U_o} \frac{dv(t)}{dt} \quad (12.15)$$

Se constată că în afara primului termen proporțional cu semnalul modulator, se însumează un termen care corespunde efectului zgomotului.

Dacă zgomotul este mare în raport cu semnalul, în majoritatea timpului (sau cu maxim de probabilitate) adică:

$$P(R > U_o) \approx 1 \quad (12.16)$$

diagrama vectorială a însumării anvelopelor complexe arată ca în figura 12.3.

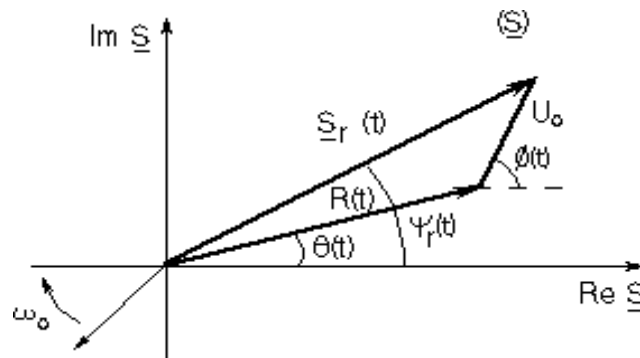


Figura 12.3

Pentru faza rezultantă se obține expresia

$$\begin{aligned}\Psi_r(t) &= \theta(t) + \arctg \frac{U_o \sin[\Phi(t) - \theta(t)]}{R(t) + U_o \cos[\Phi(t) - \theta(t)]} \approx \\ &\approx \Theta(t) + \frac{U_o}{R(t)} \sin[\Phi(t) - \theta(t)]\end{aligned}\quad (12.17)$$

din care se determină semnalul la ieșirea demodu-latorului:

$$\begin{aligned}u_e(t) &= \frac{d\Psi_r(t)}{dt} = \frac{d\theta(t)}{dt} - \frac{U_o}{R^2(t)} \frac{dR(t)}{dt} \sin[\Phi(t) - \theta(t)] + \\ &+ \frac{U_o}{R(t)} [\Delta\omega f(t) - \frac{d\theta(t)}{dt}] \cos[\Phi(t) - \theta(t)]\end{aligned}\quad (12.18)$$

Se constată că nu se poate evidenția un termen care să aibă o lege de variație proporțională cu semnalul modulator. Din acest motiv se consideră că recepția a fost captată de către zgomot[14].

12.3 Performanțele realizate atunci când raportul semnal-zgomot la intrare este mare

În condițiile semnalului mare în raport cu zgomotul s-a determinat expresia semnalului la ieșirea demodulatorului, în conformitate cu relațiile (12.15) și (12.13).

Puterea de semnal la ieșire în lipsa zgomotului ($R=0$) este:

$$P_{se} = [\overline{\Delta\omega_M f(t)}]^2 = \Delta\omega_M^2 \overline{f^2(t)} \quad (12.19)$$

unde $\Delta\omega_M$ reprezintă deviația maximă de frecvență. Puterea zgomotului la ieșire, în lipsa modulației ($\Phi=0$) este:

$$P_{ze} = \left[\frac{I}{U_o} \frac{dv(t)}{dt} \right]^2 = \frac{1}{U_o^2} \left[\frac{dy(t)}{dt} \right]^2 = \frac{1}{U_o^2} \overline{\left[\frac{dy(t)}{dt} \right]^2} \quad (12.20)$$

unde s-a ținut seama de relația (12.5). Având în vedere și efectul filtrului trece jos, pentru care frecvența de tăiere este $f_{mM} < 0,5 \cdot B_{MF}$ se obține

$$P_{ze} = \frac{I}{U_o^2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{mM}} \omega^2 2 N_o d\omega = \frac{2}{3} \frac{N_o f_{mM}}{U_o^2} \omega_{mM}^2 \quad (12.21)$$

Raportul semnal-zgomot la ieșirea filtrului situat după demodulator este:

$$\frac{P_{se}}{P_{ze}} = 3 \beta_{tr}^2 \frac{U_o^2 \overline{f^2(t)}}{2 N_o f_{mM}}, \quad \beta_{tr} = \frac{\Delta f_M}{f_{mM}} \quad (12.22)$$

Dacă semnalul modulator este sinusoidal, se obține

$$\overline{f^2(t)} = \frac{I}{2}; \quad \frac{P_{se}}{P_{ze}} = 3 \beta_{tr}^2 \frac{U_o^2}{4 N_o f_{mM}} \quad (12.23)$$

La intrarea în demodulator puterea semnalului este

$$P_{si} = \frac{I}{2} U_o^2 \quad (12.24)$$

iar puterea zgomotului

$$P_{si} = \overline{z^2(t)} = \overline{z^2(t)} = N_o B_{MF} = \sigma^2 \quad (12.25)$$

Raportul semnal-zgomot la intrare va fi deci

$$\frac{P_{si}}{P_{zi}} = \frac{U_o^2}{2 N_o B_{MF}} \quad (12.26)$$

Factorul de îmbunătățire ρ_{MF} , în cazul semnalului modulator sinusoidal, rezultă

$$\rho_{MF} = \frac{P_{se}/P_{ze}}{P_{si}/P_{zi}} = 3 \beta_{tr}^2 \frac{B_{MF}}{2 f_{mM}} \quad (12.27)$$

Este utilă o comparație a performanțelor de raport semnal-zgomot între sistemele de transmisiune cu modulație în amplitudine și cu modulație în frecvență. Se consideră semnalul modulator sinusoidal. Presupunând pentru semnalul modulat în amplitudine același nivel de semnal, U_o , în lipsa modulației și aceeași frecvență maximă modulatorie ca în cazul semnalului modulat în frecvență, precum și aceeași densitate spectrală de putere a zgomotului N_o , rezultă

$$\frac{P_{se}}{P_{ze}}|_{MF} = 3 \beta_{tr}^2 \frac{P_{se}}{P_{ze}}|_{MA} \quad (12.28)$$

Există deci un factor de îmbunătățire de valoare cca $3 \cdot \beta_{tr}^2$ al raportului semnal-zgomot, la transmisiunile cu MF față de cele cu MA.

12.4 Accentuarea și dezaccentuarea la transmisiunile cu modulație de frecvență

În cazul în care raportul semnal-zgomot la intrarea în demodulator are valoare mare, semnalul demodulat are expresia (12.15). Termenul datorat zgomotului (în lipsa modulației) este

$$z_d(t) = \frac{I}{U_o} \frac{dy(t)}{dt} \quad (12.29)$$

Densitatea spectrală de putere $w_{zd}(\omega)$ a componentei de zgomot se determină, având în vedere relația (12.2), ca fiind:

$$w_{zd}(\omega) = \begin{cases} \omega^2 \frac{2N_o}{U_o^2}, & \omega \in [0, \pi B_{MF}] \\ 0, & \omega > \pi B_{MF} \end{cases} \quad (12.30)$$

Considerând valoarea eficace a zgomotului determinată într-o bandă foarte mică, dar aceeași, la diferite frecvențe, aceasta va fi proporțională cu $\sqrt{w_{zd}(\omega)}$ și deci liniar crescătoare cu ω .

În ceea ce privește semnalul modulator, el are în mod obișnuit energia concentrată în domeniul frecvențelor joase. Rezultă că, după demodulare, raportul semnal-zgomot este mult mai mic la frecvențe înalte față de cel de la frecvențe joase.

Pornind de la aceste observații, la emisie se accentuează frecvențele înalte ale semnalului modulator, lăsând frecvențele joase nemodificate cu

tendința de a egaliza distribuția energiei în întreaga bandă de frecvențe a semnalului modulator. Prin această accentuare nu există pericolul depășirii deviației maxime de frecvență a semnalului emis date fiind proprietățile distribuției energiei semnalului modulator în funcție de frecvență.

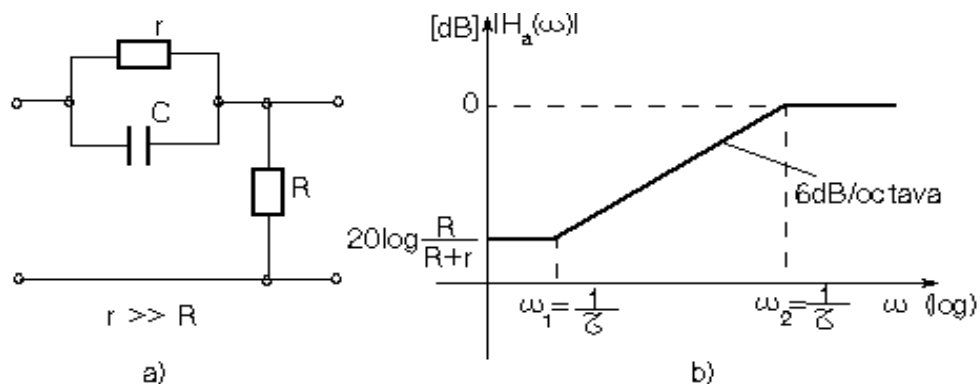


Figura 12.4

La recepție, pentru refacerea semnalului transmis, se conectează, după demodulator, un circuit de dezaccentuare care să compenseze funcția de transfer a circuitului de accentuare. În același timp componentele spectrale ale zgomotului în domeniul frecvențelor înalte se reduc, aceasta având ca efect o îmbunătățire a raportului semnal-zgomot în acest domeniu și global.

Rețeaua de accentuare este reprezentată în figura 12.4-a, iar caracteristica de transfer Bode în figura 12.4-b.

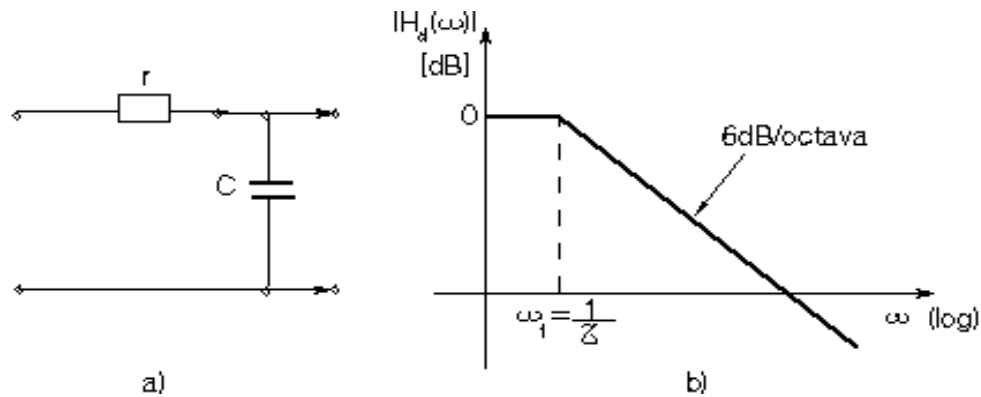


Figura 12.5

Deoarece $r \gg R$, rezultă $\tau = rC$ și $\tau' = RC$ cu $\tau' \ll \tau$. În radiodifuziune se alege $\tau = 75$ s și deci $f_1 = 2,1$ KHz. Pentru τ' valoarea convenabilă îndeplinește condiția $\omega_2 = \omega_{mM}$.

Rețeaua de dezaccentuare este reprezentată în figura 12.5-a, împreună cu caracteristica de transfer Bode (figura 12.5-b).

Factorul de transfer al rețelei de dezaccentuare este

$$H_d(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (12.31)$$

Puterea de zgomot P_{zed} la ieșirea filtrului trece-jos, ținând seama de efectul rețelei de dezaccentuare, este

$$\begin{aligned} P_{zed} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{mM}} w_{zd}(\omega) |H_d(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \frac{2N_o}{2\pi^2 U_o^2 \tau^3} [\omega_{mM} \tau - \arctg \omega_{mM} \tau] \end{aligned} \quad (12.32)$$

Fără rețeaua de dezaccentuare puterea de zgomot era

$$P_{ze} = \frac{I}{2\pi} \int_0^{\omega_{mM}} w_{zd}(\omega) d\omega = \frac{2N_o}{2\pi U_o^2} \frac{\omega_{mM}^3}{3} \quad (12.33)$$

Raportul celor două puteri exprimă factorul de îmbunătățire a raportului semnal-zgomot, prin utilizarea circuitelor de accentuare și dezaccentuare:

$$\rho_{dez} = \frac{P_{ze}}{P_{zed}} = \frac{\omega_{mM}^3 \tau^3}{3(\omega_{mM} \tau - \arctg \omega_{mM} \tau)} \quad (12.34)$$

În cazul în care $\omega_{mM} \tau \gg 1$, se poate face aproximația

$$\omega_{mM} \tau - \arctg \omega_{mM} \tau \approx \omega_{mM} \tau; \quad \omega_{mM} \tau \ll 1 \quad (12.35)$$

și deci

$$\rho_{dez} = \frac{\omega_{mM}^2 \tau^2}{3} \quad (12.36)$$

Pentru transmisiunile de radiodifuziune cu MF la care $\tau = 75\mu s$ și $f_{mM} = 15$ kHz, rezultă $\rho_{dez} \approx 20$ adică 13 dB.

În principiu, procedeul accentuare-dezaccentuare se poate aplica și la transmisiunile cu MA date fiind proprietățile statistice ale semnalului modulator; cu observația că, de această dată, zgomotul are densitatea spectrală de putere constantă. La transmisia de radio-difuziune cu MA cu $f_{mM} = 4,5$ kHz rezultă $\rho_{dez} = 3$ dB deci o valoare nesemnificativă.

12.5 Performanțe globale de raport semnal-zgomot la transmisiunile cu modulație de frecvență

Din rezultatele precedente, pentru raport semnal-zgomot mare la intrarea demodulatorului se reține relația

$$\frac{P_{se}}{P_{ze}} = 3 \beta_{tr}^2 \frac{B_{MF}}{2 f_{mM}} \frac{P_{si}}{P_{zi}} \quad (12.37)$$

Pentru a stabili domeniul de valabilitate al acestei relații se face apel la distribuția amplitudinii zgomotului $R(t)$. Astfel, probabilitatea ca $R < U_o$ este

$$P(R < U_o) = 1 - e^{-U_o^2/2\sigma^2}, \quad \sigma^2 = N_o B_{MF} = P_{zi} \quad (12.38)$$

Procesul fiind ergodic se poate interpreta $P(R < U_o)$ ca reprezentând fracțiunea dintr-o unitate de timp (aleasă suficient de mare) pentru care $R < U_o$. Dacă

$$10 \log \frac{U_o^2}{2\sigma^2} = 10 \log \frac{P_{si}}{P_{zi}} = 10 [dB] \quad (12.39)$$

adică raportul semnal-zgomot la intrare este de 10 dB se obține

$$P(R < U_o) = 1 - 0,45 \cdot 10^{-4} \quad (12.40)$$

ceea ce arată că relația $R(t) < U_o$ nu este îndeplinită numai $0,45 \cdot 10^{-2}\%$ din timp.

Se consideră prag de îmbunătățire deplină raportul semnal-zgomot de la intrare egal cu 10 dB. Peste acest prag relația (12.37) este valabilă.

În cazul când raportul semnal-zgomot la intrarea demodulatorului este mic are loc captarea recepției de către zgomot. La ieșirea receptorului se obține un semnal neinteligibil pentru cel mai mare procentaj de timp, dat de :

$$100P(R > U_o) = 100 e^{-U_o^2/2\sigma^2} \% \quad (12.41)$$

Probabilitatea ca semnalul să capteze recepția este dată de $P(R < U_o)$ conform relației (12.38). Se poate considera că semnalul util captează recepția pentru o fracțiune de timp egală cu $P(R < U_o)$ din unitatea de timp.

În acest sens puterea semnalului se poate scrie

$$P_{se} = \Delta \omega^2 \overline{f^2(t)} [P(R < U_o)]^2 = \frac{\Delta \omega^2}{2} [1 - e^{-P_{si}/P_{zi}}]^2 \quad (12.42)$$

în care pentru ultima egalitate s-a presupus semnalul modulator sinusoidal.

Dacă $P_{si}/P_{zi} = 1$ (0 dB), se consideră atins cel de al doilea prag, sub care relația (12.42) obținută în urma unei dezvoltări în serie poate fi scrisă

$$P_{se} \approx \frac{\Delta \omega^2}{2} \left(\frac{P_{si}}{P_{zi}} \right)^2 \quad (12.43)$$

Pe de altă parte puterea de zgomot la ieșire, dacă P_{si}/P_{zi} este sub 0 dB, se poate considera, independent de raportul P_{si}/P_{zi} , egală cu

$$P_{ze} = \overline{\left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2} \quad (12.44)$$

conform relației (12.18) în care $\Phi(t)=0$.

Rezultă o relație de forma

$$\frac{P_{se}}{P_{ze}} = k_1 \left(\frac{P_{si}}{P_{zi}} \right)^2, \quad \frac{P_{si}}{P_{zi}} < 1 \quad (12.45)$$

Între cel de al doilea prag (0 dB) și primul prag (10 dB) un calcul mai dificil arată o variație cu 30 dB pentru P_{se}/P_{ze} [13]. Considerând această variație (pentru simplitate) liniară se poate reprezenta diagrama din figura 12.6.

Importanța pragului I - de îmbunătățire deplină, se pune în evidență comparând performanțele de raport semnal-zgomot pentru sistemul de transmisiune cu MF și cele pentru sistemele cu modulație liniară.

Se știe că la modulația liniară (ML) raportul semnal-zgomot la ieșire este

$$\frac{P_{se}}{P_{ze}}|_{ML} = \rho_{ML} \frac{P_{si}}{P_{zi}}|_{MA}, \quad \rho_{ML} \in \left[\frac{2}{3}, 2 \right] \quad (12.46)$$

în vreme ce în cazul modulației în frecvență (MF), deasupra pragului I

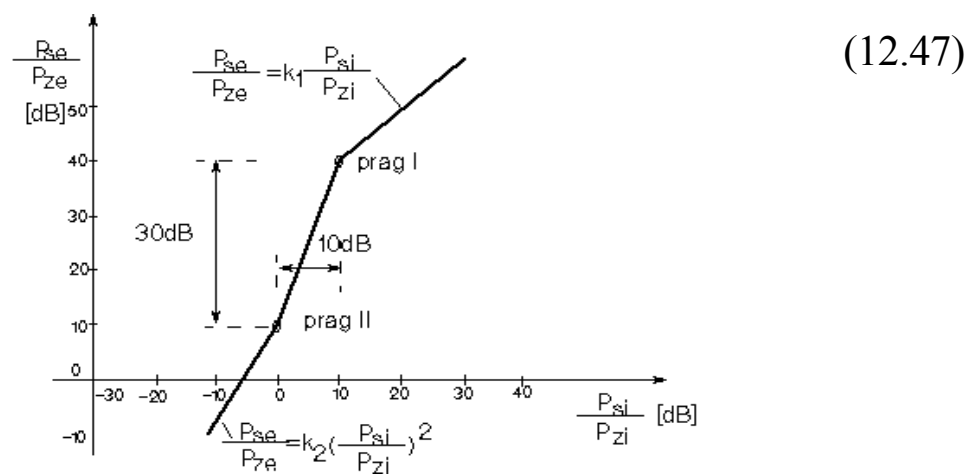


Figura 12.6

Pe de altă parte

$$\frac{P_{se}}{P_{ze}} \Big|_{MF} = \frac{2 f_{mM}}{B_{MF}} \frac{P_{se}}{P_{ze}} \Big|_{MA} \quad (12.48)$$

Relațiile de mai sus permit prezentarea diagramei din figura 12.7.

Superioritatea comunicațiilor cu modulație de frecvență se constată a fi evidentă deasupra pragului de îmbunătățire deplină. Sub acest prag este posibil ca modulația de frecvență să conducă la performanțe inferioare modulației liniare.

Au fost dezvoltate o serie de tehnici care să conducă la coborârea

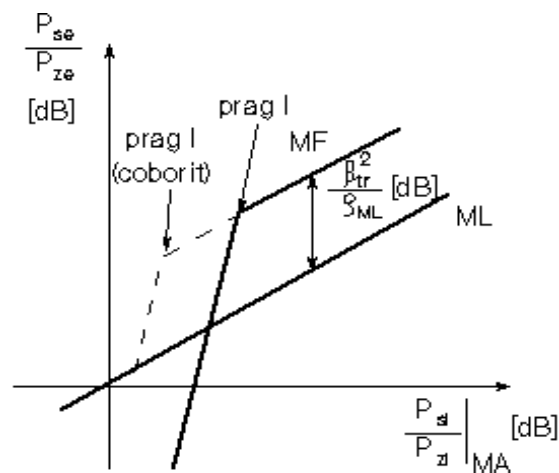


Figura 12.7

pragului I, astfel încât să se beneficieze și la rapoarte semnal-zgomot mici de îmbunătățirea raportului semnal-zgomot la ieșire realizată de transmisiunile cu MF. Dintre aceste tehnici de coborâre a pragului de îmbunătățire deplină se remarcă: demodulatele cu PLL și receptoarele cu reacție

negativă în MF (FLL).

În încheiere este interesant de precizat faptul, pus în evidență de Rice [12], că odată cu micșorarea raportului semnal-zgomot la intrare, începând din jurul pragului de îmbunătățire deplină, la ieșirea receptorului apare suplimentar un zgomot de impulsuri (declicuri). Explicând apariția declicurilor, Rice a elaborat un procedeu mai simplu pentru calculul performanțelor de raport semnal-zgomot între cele două praguri [12,11,13].