

DEMODULAREA SEMNALELOR MODULATE IN FRECVENȚĂ

1 Principiile demodulării semnalelor MF

În general etajele de demodulare a semnalelor cu modulație de frecvență sunt precedate de limitatoare care elimină eventuala modulație în amplitudine nedorită ce apare la trecerea semnalului prin etajele selective ale receptorului sau datorită însumării acestuia cu zgomotul.

În principiu, limitatorul este format dintr-un circuit neliniar urmat de un circuit selectiv. Dacă circuitul neliniar ar avea caracteristica de transfer din figura 10.9-a, un semnal MA-MF de forma

$$\begin{aligned} u_{MA-MF}(t) &= U_o(t) \cos[\omega_o \tau(t)] \\ \tau(t) &= t + \frac{\Delta\omega}{\omega_o} \int_0^t f(\theta) d\theta, \quad U_o(t) > 0 \end{aligned} \quad (1)$$

unde $U_o(t)$ pune în evidență modulația parazită de amplitudine, conduce la ieșirea sa, la semnalul reprezentat în figura 10.9-b, care are dezvoltarea în serie Fourier

$$v(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} \cos((2k-1)\omega_o \tau), \quad a_{2k-1} = \frac{4V}{\pi(2k-1)} \quad (2)$$

Extrăgând spectrul corespunzător componentei fundamentale

$$v_I = a_I \cos \omega_o \tau = \frac{4V}{\pi} \cos \left[\omega_o t + \Delta \omega \int f(\theta) d\theta \right] \quad (3)$$

se obține un semnal fără modulație în amplitudine dar cu modulația de frecvență a semnalului MA-MF.

Pentru cele ce urmează se consideră semnalul modulat în frecvență fără modulație de amplitudine.

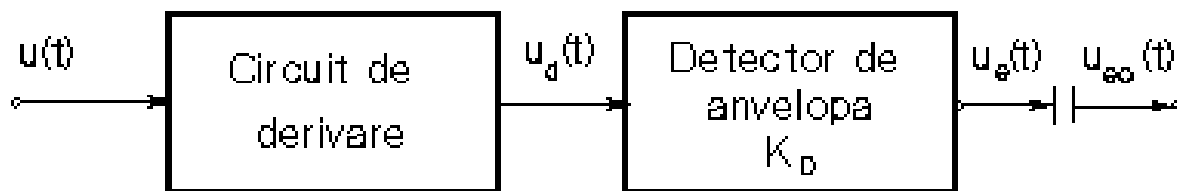


Figura II.1

Schema bloc care se află la baza celor mai multe tipuri de demodulatoare MF este dată în figura 1.

Dacă semnalul de intrare este

$$u(t) = U_o \cos[\omega_o \tau(t)]; \tau(t) = t + \frac{\Delta \omega}{\omega_o} \int f(\theta) d\theta \quad (4)$$

la ieșirea din circuitul de derivare se obține

$$u_d(t) = K_d U_o [\omega_o + \Delta \omega f(t)] \sin \omega_o \tau(t) \quad (5)$$

iar la ieșirea detectorului de anvelopă

$$u_e(t) = K_A K_d U_o [\omega_o + \Delta \omega f(t)] = K_A K_d U_o \omega_i(t) \quad (6)$$

Se constată că semnalul la ieșire este proporțional cu frecvența instantanee a semnalului MF. Dacă se elimină componenta continuă din

semnalul (6), se găsește

$$u_{eo}(t) = K_A K_d U_o \Delta \omega f(t) \quad (7)$$

Semnalul $u_{eo}(t)$ este proporțional chiar cu semnalul modulator. Variantele de demodulator care conduc la ieșire direct la semnalul (7) se numesc *echilibrate* și prezintă o serie de avantaje. Astfel, dacă semnalul de ieșire este de forma (6), având în vedere că în general valoarea maximă $|u_e(t)|$ este mărginită iar $\Delta \omega \ll \omega_o$, la o schemă neechilibrată partea proporțională cu semnalul modulator este de nivel mic. La o schemă echilibrată acest neajuns nu există.

Există o mare varietate de scheme pentru demodularea semnalelor MF funcție de procedeele utilizate pentru realizarea derivării, respectiv pentru detecția de anvelopă; dintre cele mai des întâlnite tipuri se remarcă:

- demodulatoare care folosesc derivarea directă;
- demodulatoare care folosesc circuite cu caracteristică adecvată derivării într-o bandă îngustă de frecvență; o variantă echilibrată mai veche a acestor demodulatoare este cunoscută sub denumirea de *discriminator de amplitudine*;
- demodulatoare care folosesc circuite de întârziere pentru aproximarea derivării; dintre variantele echilibrate ale acestui tip de demodulatoare se remarcă *discriminatorul de fază (Foster-Seeley)* și *detectorul de raport*;
- demodulatoarele cu circuit de întârziere și detector de produs

cunoscute sub denumirea de *demodulator în cuadratură* sau *detector de coincidență*; acestea sunt demodulatoarele cel mai mult utilizate în echipamentele moderne de comunicații.

Se mai întâlnesc demodulatoare cu reacție care realizează performanțe mai bune în prezența zgomotului: demodulatoarele cu circuit PLL și demodulatoarele cu reacție negativă în frecvență (FMFB de la *Frequency Modulation Feedback*, sau FLL). Dintre acestea, primul tip va fi abordat în capitolul 13 al lucrării de față .

2 Caracterizarea detectoarelor de anvelopă folosite în demodulatoarele MF

Pentru realizarea demodulării de anvelopă se poate utiliza una din variantele analizate în capitolul 7: detecția de produs sincronă, detecția prin mediere și detecția de vârf.

Detecția de produs sincronă se realizează conform schemei din figura 2.

După multiplicare, semnalul este

$$u_M(t) = K_M K_D U_I U_o [\omega_o + \Delta\omega f(t)] \left\{ \frac{1}{2} - \frac{\cos[2\omega_o \tau(t)]}{2} \right\} \quad (8)$$

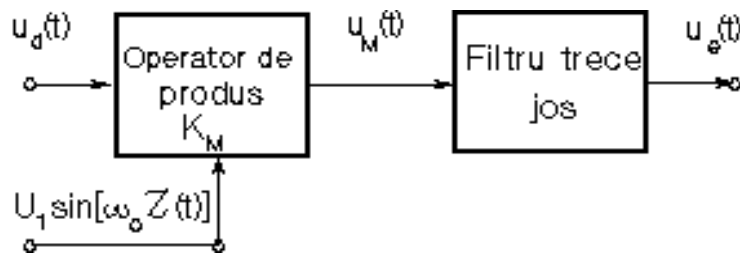


Figura 11.2

Componenta care trece prin filtrul trece-jos (FTJ) este

$$u_e(t) = \frac{I}{2} K_M K_D U_1 U_o [\omega_o + \Delta\omega f(t)] \quad (9)$$

Notând cu B_2 lărgimea de bandă ocupată de semnalul modulat în frecvență, cu frecvența centrală $2f_o$ și cu deviația de frecvență $2\Delta f_M$ (unde Δf_M este deviația maximă de frecvență a semnalului MF recepționat) și cu f_{mM} frecvența de modulație maximă a semnalului modulator, cei doi termeni ai semnalului (8) ocupă domeniile de frecvență: primul $f \in [0, f_{mM}]$ iar al doilea $f \in [2f_o - B_2/2 - f_{mM}, 2f_o + B_2/2 + f_{mM}]$. Pentru ca filtrul trece-jos să poată separa primul termen este necesar ca cele două domenii de frecvență să nu se suprapună.

Rezultă condiția

$$\frac{B_2}{2} + 2f_{mM} < 2f_o \quad (10)$$

Detecția prin mediere se poate realiza trecând semnalul derivat u_d printr-un circuit neliniar, care efectuează redresarea monoalternanță, urmat

de un filtru trece-jos (figura 3-a).

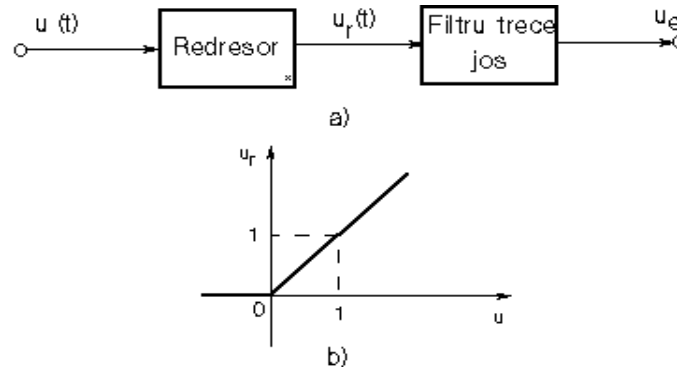


Figura 3

Semnalul la ieșirea circuitului neliniar cu caracteristica de transfer reprezentată în figura 3-b este

$$u_r(t) = u_d(t) \sigma[u_d(t)] \quad (11)$$

în care $\sigma(x)$ este funcția salt treaptă unitate.

Pe de altă parte, funcția $\sigma(u_d)$ fiind o funcție periodică în τ rezultă dezvoltarea

$$\sigma(u_d) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin \omega_o \tau + \frac{2}{3\pi} \sin 3\omega_o \tau + \dots \quad (12)$$

Semnalul $u_r(t)$ devine

$$u_r(t) = \frac{1}{2} K_d U_o [\omega_o + \Delta \omega f(t)] \sin[\omega_o \tau(t)] + \frac{1}{\pi} K_d U_o [\omega_o + \Delta \omega f(t)] + \dots \quad (13)$$

în care nu s-au mai scris termenii care corespund unor semnale modulate având frecvența purtătoare mai mare sau egală cu $2\omega_o$. Cu ajutorul unui filtru trece jos se poate extrage din semnalul $u_r(t)$ componenta

$$u_e(t) = \frac{I}{\pi} K_d U_o [\omega_o + \Delta\omega f(t)] \quad (14)$$

Notând cu B_1 banda ocupată de semnalul MF recepționat, condiția de separare cu ajutorul filtrului trece jos este

$$\frac{B_2}{2} + 2 f_{mM} < f_o \quad (15)$$

Detecția de vârf se realizează cu schema reprezentată în figura 4.

Pentru o funcționare în bune condițiuni, legată de posibilitatea alegerii condensatorului C_d , este necesară îndeplinirea condiției

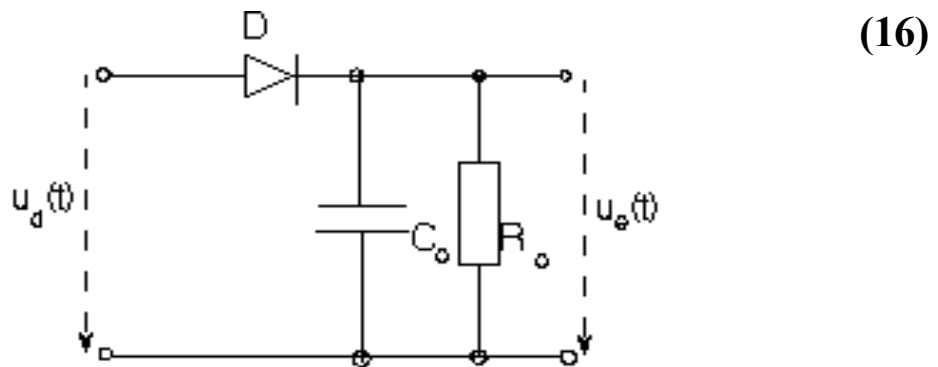


Figura 3

Comparație între demoduloarele de anvelopă

Pentru diversele scheme de demodulare a semnalelor MF se alege varianta de detector MA care este mai potrivită realizării.

Intre cele trei modalități MA reluate mai sus există diferențe dictate de valorile maxime acceptate pentru parametrul $D = \Delta f_M / f_o$. În figura 5 sunt trasate curbele valorilor maxime ale lui D în funcție de $\beta = \Delta f_M / f_m$.

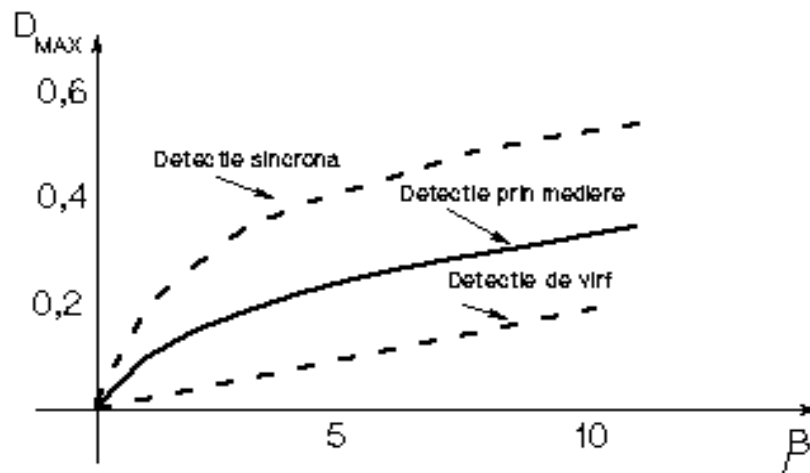


Figura 4

Curbele din figură se obțin din relațiile (10),(15),(16) completate cu formula de calcul a benzii ocupate de semnalul MF.

Se constată faptul că detecția de vîrf impune condiția cea mai restrictivă pentru D . În majoritatea aplicațiilor (spre exemplu în radiodifuziunea MF) restricțiile pentru parametrul D nu sunt esențiale; ele intervin în cazul aplicațiilor care utilizează frecvența purtătoare f_0 mică și deviația de frecvență Δf_M de valoare apropiată de f_0 .

3 Demodulatoare MF cu circuite care efectuează direct derivarea

3.1 Demodulatorul neechilibrat

Exemplul clasic de demodulator MF cu efectuarea directă a derivării este demodulatorul Clarke-Hess (figura 6-a). Acest demodulator provine

din detectorul de valori medii analizat în paragraful 7.2.1 prin eliminarea rezistenței R și alegerea unei valori corespunzătoare derivării pentru condensatorul C .

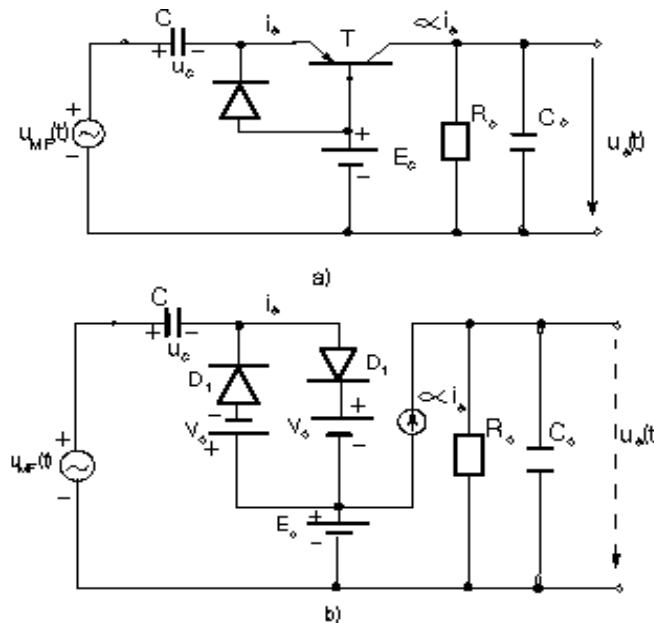


Figura 5

Tranzistorul T și dioda D se consideră cu germaniu. În schema echivalentă din figura 6-b dioda D și joncțiunea bază-emitor a tranzistorului au fost reprezentate simplificat, D_i fiind o diodă ideală iar V_o tensiunea de deschidere a joncțiunii reale. Neglijând rezistența în conducție a diodei D_i și presupunând că semnalul MF are amplitudinea suficient de mare astfel încât se poate considera $V_o \approx 0$, se obține

$$u_c(t) = u(t) - E_c \quad (17)$$

Curentul prin condensator are expresia

$$i(t) = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (18)$$

deci este proporțional cu derivata tensiunii MF, $u(t)$, care este aplicată la intrarea demodulatorului.

Dacă se ia în considerație rezistența echivalentă diodei D_i și dacă suma între aceasta și rezistența internă a generatorului se notează prin r_g , pentru ca relația (18) să fie valabilă cu eroare mai mică de 1% este necesar ca

$$r_g < \frac{0,1}{\omega_o C} \quad (19)$$

Conform relației (18) se determină

$$i(t) = -U_o C [\omega_o + \Delta\omega f(t)] \sin[\omega_o \tau(t)] \quad (20)$$

Curentul de colector al tranzistorului poate fi scris și asigură demodularea de anvelopă prin mediere.

$$i_c(t) = \alpha i(t) \sigma [i(t)] \quad (21)$$

Filtrul trece-jos realizat cu grupul R_o - C_o elimină componentele de radiofrecvență, rezultând tensiunea la ieșire

$$u_e(t) = \frac{\alpha U_o C [\omega_o + \Delta\omega f(t)]}{\pi} \otimes z_o(t) \quad (22)$$

unde prin $z_o(t)$ s-a notat funcția pondere a impedanței grupului R_o - C_o .

Dacă se pot elimina componentele de radiofrecvență îndeplinind, simultan, condiția

$$f_{mM} < \frac{1}{2\pi R_o C_o} \quad (23)$$

atunci semnalul la ieșire (22) poate fi aproximat prin

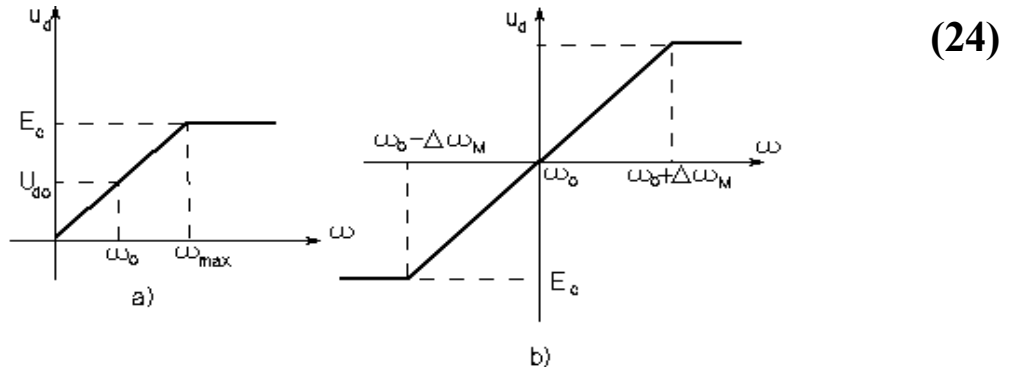


Figura 6

Așa cum rezultă din caracteristica statică de demodulare reprezentată în figura 7-a, valoarea maximă a semnalului la ieșire este limitată de tensiunea de alimentare E_c . Partea utilă a semnalului de ieșire este

$$u_{eo}(t) = \frac{\alpha U_o C R_o}{\pi} \Delta \omega f(t) \quad (25)$$

Dacă $\Delta \omega \ll \omega_o$ valoarea maximă a semnalului util rezultă mult mai mică decât tensiunea de alimentare

$$\max |u_{eo}(t)| = \frac{\Delta \omega}{\omega_o + \Delta \omega} E_c \gg E_c \quad (26)$$

3.2 Demodulatorul echilibrat

Pentru a elimina inconvenientul evidențiat de expresia (26) s-a conceput varianta echilibrată a cărei schemă este dată în figura 8.

Condensatorul C_c se alege de capacitate mare pentru a fi scurt-circuit la frecvența purtătoare (f_o). În acest mod ramura de jos lucrează ca un detector de valori medii. Curentul i_R este

$$i_R(t) = -\frac{u(t)}{R} \quad (27)$$

iar în colectorul tranzistorului T_2 rezultă

$$i_{c2}(t) = -\alpha \frac{u(t)}{R} \sigma [i_R(t)] = -\alpha \frac{u(t)}{R} \sigma [-u(t)] \quad (28)$$

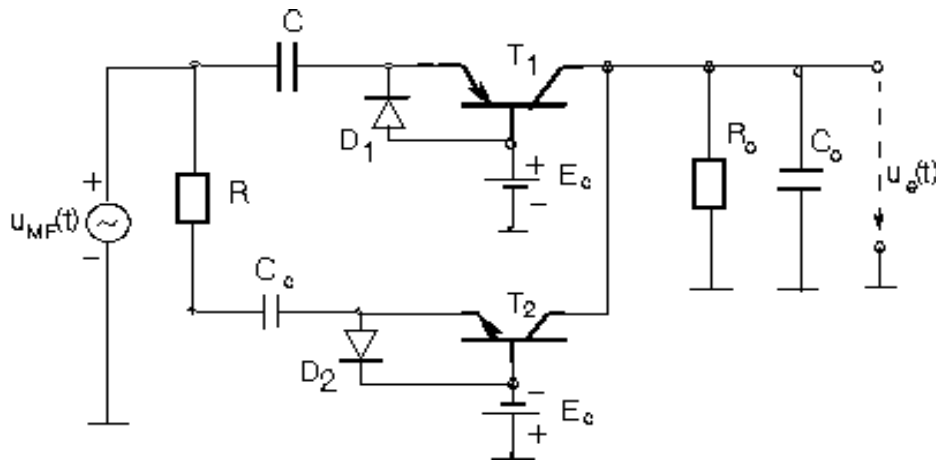


Figura 7

Componenta de joasă frecvență a curentului i_{c2} este

$$i_{c2|JF} = \frac{\alpha U_o}{R\pi} \quad (29)$$

Curenții i_{c1} și i_{c2} parcurgând grupul R_o - C_o în ipoteza (23) dau tensiunea la ieșire

$$u_e(t) = \frac{\alpha U_o C R_o}{\pi} \left[\omega_o + \Delta\omega f(t) - \frac{1}{RC} \right] \quad (30)$$

Impunând condiția

$$\omega_o RC = 1 \quad (31)$$

se obține

$$u_e(t) = \frac{\alpha U_o C R_o}{\pi} \Delta\omega f(t) \quad (32)$$

De această dată întreaga zonă liniară a caracteristicii de demodulare (figura 7-b) cuprinsă între $-E_c$ și $+E_c$ poate fi folosită pentru extragerea semnalului util, având ca efect posibilitatea realizării unor nivele mari ale semnalului demodulat.

4 Demodulatoare MF cu circuite având caracteristicile de frecvență adecvate realizării derivării

4.1 Principiul de realizare a derivării

Dacă la intrarea unui circuit având factorul de transfer $H(\omega)=j\omega$ se aplică un semnal, la ieșire se obține semnalul derivat. Pornind de la această observație se analizează posibilitatea utilizării unui circuit cu caracteristica de amplitudine liniar variabilă cu frecvența numai în domeniul de interes; se evaluează performanțele unui asemenea circuit în cazul că se urmărește obținerea unei modulații de amplitudine atunci când semnalul de intrare este un semnal MF.

Se consideră circuitul având factorul de transfer $H(\omega)$, conform caracteristicilor de frecvență reprezentate în figura 9.

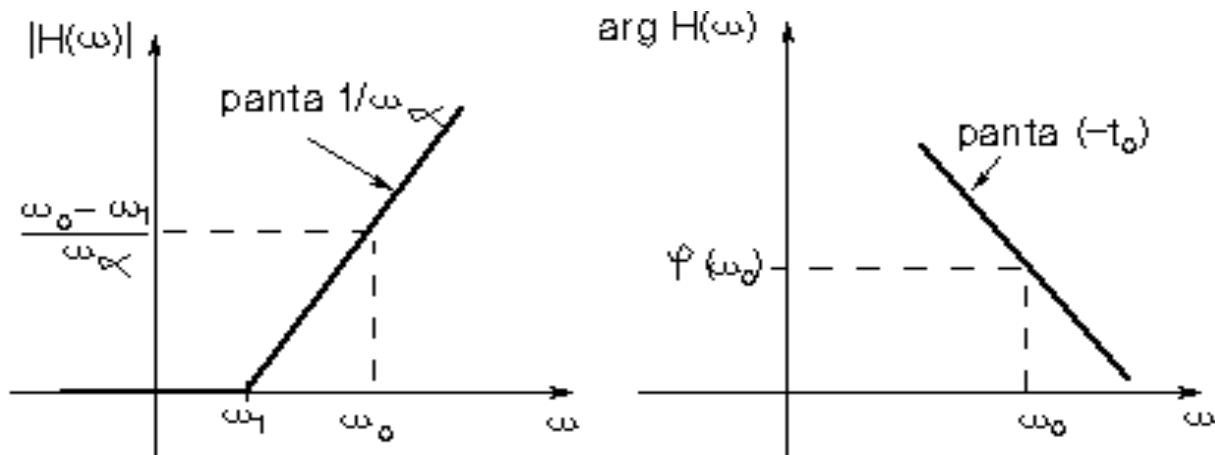


Figura 8

Expresia factorului de transfer, în domeniul ocupat de spectrul semnalului MF, definită numai pentru frecvențe pozitive este

$$H(\omega) = \frac{\omega - \omega_l}{\omega_\alpha} e^{j[\varphi(\omega_o) + (\omega_o - \omega)t_o]} \quad (33)$$

Semnalului modulat în frecvență

$$u(t) = U_o \cos[\omega_o t + \Delta\omega \int_0^t f(\theta) d\theta] \quad (34)$$

i se asociază reprezentarea sub formă complexă

$$\overline{U_c}(t) = U_o e^{j[\omega_o t + \Delta\omega \int_0^t f(\theta) d\theta]} \quad (35)$$

Transformata Fourier a semnalului complex se notează cu $V(\omega)$:

$$\mathcal{F}\{\overline{U_c}(t)\} = V(\omega) \quad (36)$$

La ieșirea circuitului cu factorul de transfer $H(\omega)$ semnalul va fi

$$u_d(t) = \operatorname{Re} \{ e^{-j\omega_1 t} [V(\omega) H(\omega)] \} \quad (37)$$

Se poate scrie

$$e^{-j\omega_1 t} \{V(\omega) H(\omega)\} = \frac{\omega_1(t - t_0) - \omega_1}{\omega_\alpha} U_o e^{j[\omega_0 t + \Delta\omega \int_{t_0}^t f(\theta) d\theta + \psi(\omega_0)]} \quad (38)$$

unde ω_1 , ω_α și t_0 , au semnificațiile din figura 9 iar $\omega_1(t)$ este frecvența instantanee corespunzătoare semnalului MF.

Se remarcă efectul caracteristicii de fază asupra semnalului complex : introducerea unui defazaj $\psi(\omega_0)$ și întârzierea, cu timpul de întârziere de grup, a termenului corespunzător modulației. Semnalul la ieșire este

$$u_d(t) = U_o \left[\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_\alpha} + \frac{\Delta\omega}{\omega_\alpha} f(t - t_0) \right] \cdot \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int_{t_0}^t f(\theta) d\theta + \psi(\omega_0) \right] \quad (39)$$

și se caracterizează printr-o modulație în amplitudine în ritmul semnalului modulator, gradul de modulație fiind controlabil prin parametrii ω_1 și ω_α . Operațiunea similară derivării trebuind să fie realizată numai în banda ocupată de semnal se mai numește *derivare de bandă îngustă*

4.2 Analiza demodulatorului neechilibrat

Cea mai simplă variantă de derivare de bandă îngustă utilizează un circuit derivație, cu frecvența de rezonanță diferită de f_o .

Calculul răspunsului unui astfel de circuit, la semnalul MF (34) în condițiile de regim cvasistaționar, se efectuează cu ajutorul relației

$$u_e(t) = U_o \operatorname{Re} \{ H[\omega_i(t)] e^{j[\omega_o t + \Delta\omega \int_0^t f(\theta) d\theta]} \} \quad (40)$$

Condițiile de regim cvasistaționar se reduc la

$$\Delta\omega_M \omega_{mM} < (\pi B)^2, \quad \omega_{mM} \gg \pi B \quad (41)$$

unde B este lărgimea de bandă la o atenuare cu 3 dB pentru circuitul derivație.

Schema de principiu a demodulatorului MF neechilibrat este dată în figura 10-a iar schema echivalentă în figura 10-b.

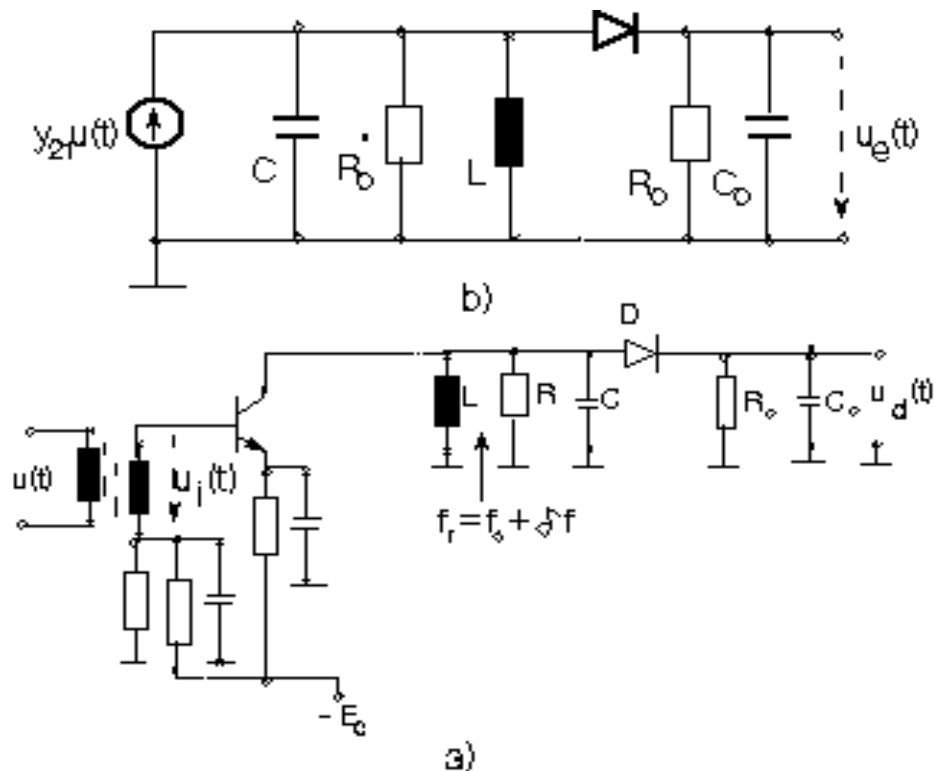


Figura 9

Notând cu $U_d(t)$ anvelopa tensiunii $u_d(t)$, conform relației generale (40), se obține

$$U_d(t) = g_m U_o |Z[\omega_i(t)]| = g_m U_o |Z[\omega_o + \Delta\omega f(t)]| \quad (42)$$

în care:

$$|Z(\omega)| = \frac{R_d}{\sqrt{1 + \frac{(\omega - \omega_r)^2}{(\pi B)^2}}}, \quad R_d = R \parallel R_{in}, \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (43)$$

iar R_{in} reprezintă rezistența de intrare a detectorului MA.

Pentru a pune în evidență neliniaritatea circuitului de conversie, prin dezvoltarea în serie Taylor, se poate scrie

*Transmisiuni Analogice și Digitale: Tehnici folosite pentru demodularea
semnalelor MF*

$$|Z(\omega)| = |Z(\omega_o)| + |Z(\omega_o)|^{(1)}(\omega - \omega_o) + \frac{|Z(\omega_o)|^{(2)}}{2!}(\omega - \omega_o)^2 + \dots \quad (44)$$

In cazul că semnalul modulator este sinusoidal

$$\omega - \omega_o = \Delta\omega \cos\omega_m t \quad (45)$$

expresia (44) permite calculul distorsiunilor neliniare introduse în procesul de conversie.

Pentru ca distorsiunile de armonica a doua să fie nule se impune condiția

$$|Z(\omega_o)|^{(2)} = 0, \frac{(\omega_o - \omega_r)}{\pi B} = + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (46)$$

In acest caz semnalul demodulat rezultă

$$u_e(t) = \eta_d U_d(t) = \eta_d g_m U_o \sqrt{\frac{2}{3}} R_o [1 + \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\Delta\omega}{\pi B} f(t) + \dots] \quad (47)$$

unde η_d este randamentul detectorului de anvelopă.

Calculând distorsiunile datorate armonicii a treia se obține [15]

$$d_3 = \frac{U_3}{U_1} = \frac{4}{9} \left(\frac{\Delta f}{B} \right)^2 \quad (48)$$

S-a constatat ca acest demodulator se comportă acceptabil pentru semnale cu deviație mică de frecvență.

4.3 Demodulatorul echilibrat

O schemă de principiu, pentru varianta echilibrată a demodulatorului MF cu circuit rezonant dezacordat studiat în paragraful precedent, este dată în figura 11-a, iar schema echivalentă în figura 11-b.

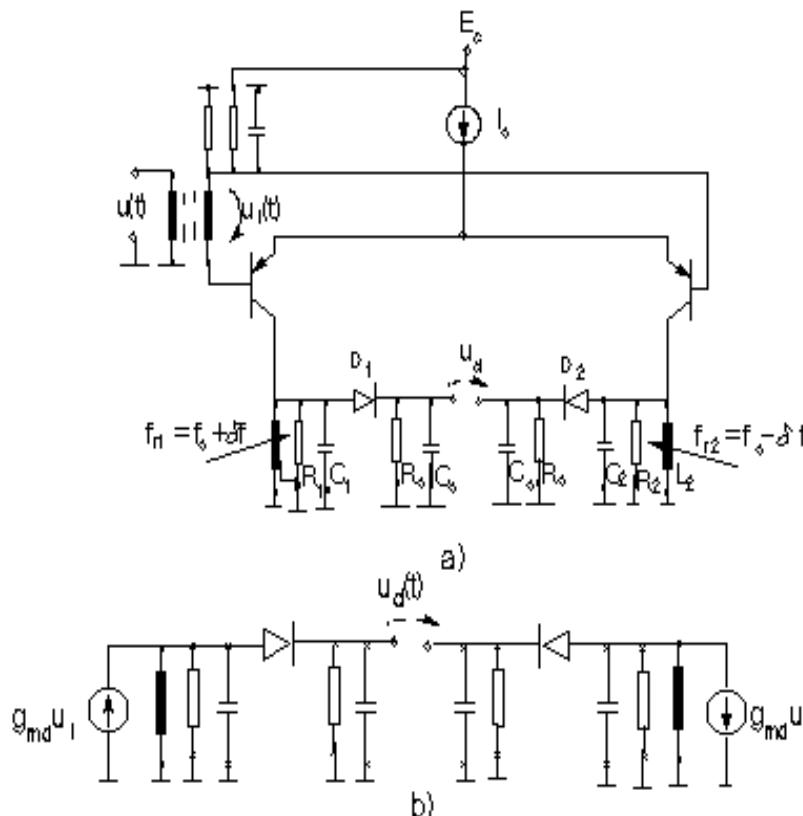


Figura 10

Frecvențele de rezonanță f_{r1} și f_{r2} se aleg egal depărtate, de o parte și de alta, față de frecvența purtătoare f_0 ; ceilalți parametri ai celor două circuite rezonante sunt identici.

Tinând cont de relațiile (42), (47) tensiunea la ieșire poate fi scrisă

$$u_e(t) = \eta_d g_{md} U_o \{ |Z_1[\omega_i(t)]| - |Z_2[\omega_i(t)]| \} \quad (49)$$

în care (43):

$$|Z_k(\omega)| = \frac{R_{dk}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega - \omega_{rk}}{\pi B}\right)^2}}; R_{dk} = R_k || R_{in}, k = 1, 2 \quad (50)$$

Deoarece:

$$|Z_1(\omega_o)|^{(2k)} = |Z_2(\omega_o)|^{(2k)}, k = 1, 2, \dots \quad (51)$$

impunând condiția de anulare a distorsiunilor de armonica a 3-a,

$$|Z_1(\omega_o)|^{(3)} = |Z_2(\omega_o)|^{(3)} = 0, \quad (52)$$

care conduce la:

$$\frac{\omega_o - \omega_{rk}}{\pi B} = +\sqrt{\frac{3}{2}}. \quad (53)$$

se obține pentru semnalul de ieșire, expresia:

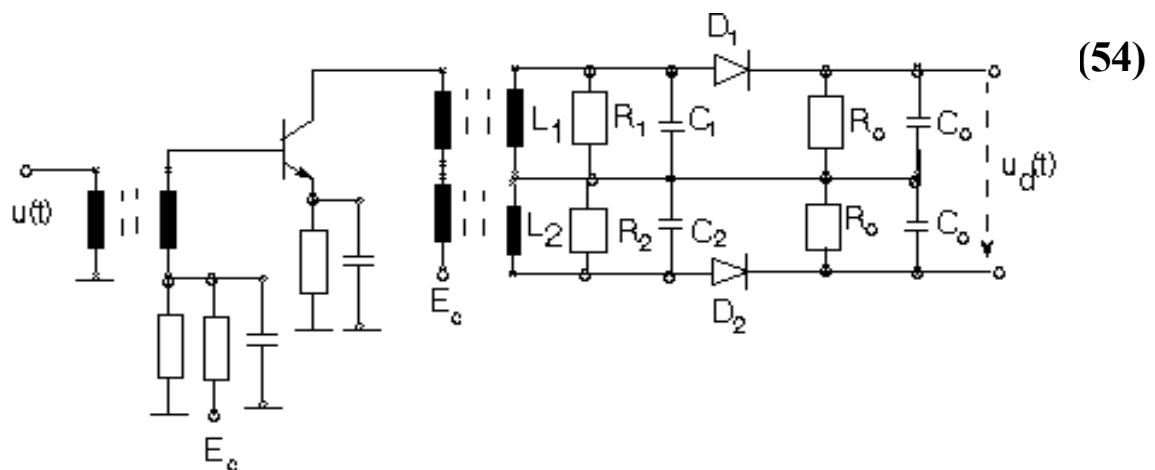


Figura 11

Varianta demodulatorului echilibrat cunoscută sub denumirea de *discriminator de amplitudine* are schema dată în figura 12. Cu mici corecții rezultatele de mai sus sunt valabile și în acest caz.

5 Demodulatoare MF la care derivarea se realizează prin întârziere

5.1 Analiza semnalului MF derivat prin întârziere; Schema bloc a demodulatorului neechilibrat

Pornind de la relația

$$\frac{du}{dt} = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{u(t) - u(t - t_0)}{t_0} \quad (55)$$

se constată că derivarea se poate aproxima cu un circuit care întârzie semnalul. Schema bloc de realizare a derivării prin acest procedeu este dată în figura 13.

O valoare mică pentru t_0 nu este convenabilă , deoarece necesită după sumator un amplificator cu factor de amplificare mare . Este indicat ca valoarea pentru t_0 să fie cât mai mare posibilă, asigurând totuși o bună aproximare a derivării.

Realizarea întârzierii se face cu un circuit având factorul de transfer $H(\omega)$ pentru care caracteristicile de frecvență în domeniul ocupat de semnalul MF sunt cele reprezentate în figura 14.

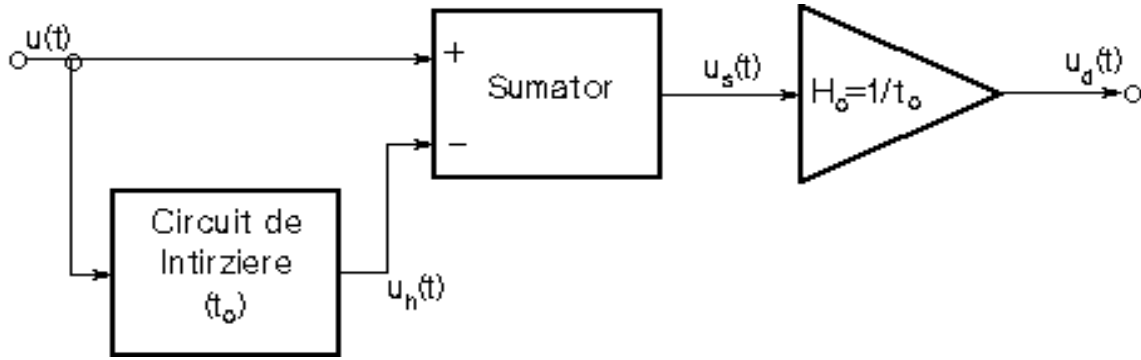


Figura 12

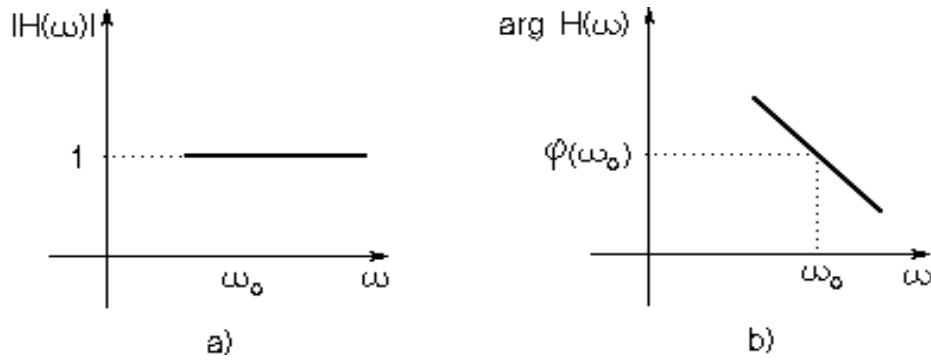


Figura 13

Semnalul la ieșirea acestui circuit este

$$u_h(t) = U_o \cos[\omega_o t + \Delta\omega \int_{t-t_o}^t f(\theta) d(\theta) + \psi(\omega_o)] \quad (56)$$

După sumator se obține

$$\begin{aligned} u_s(t) &= u(t) - u_h(t) = \\ &= -2U_o \sin\left\{\frac{1}{2}\left[\Delta\omega \int_{t-t_o}^t f(\theta) d(\theta) - \psi(\omega_o)\right]\right\} \cdot \\ &\quad \cdot \sin\left\{\omega_o t + \Delta\omega \int_{t-t_o}^t f(\theta) d(\theta) - \frac{1}{2}\left[\Delta\omega \int_{t-t_o}^t f(\theta) d(\theta) - \psi(\omega_o)\right]\right\} \end{aligned} \quad (57)$$

Deoarece acest semnal va fi aplicat unui detector de anvelopă interesează în ce măsură anvelopa

$$U_s(t) = 2U_o \left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left[\Delta\omega \int_{t-t_0}^t f(\theta) d(\theta) - \psi(\omega_o) \right] \right\} \right| \quad (58)$$

variază proporțional cu semnalul modulator ($\Delta\omega f(t)$).

Se consideră, mai întâi, funcția

$$k(t) = \frac{\Delta\omega}{2} \int_{t-t_0}^t f(\theta) d(\theta) = \frac{\Delta\omega}{2} \int f(\theta) d(\theta) - \frac{\Delta\omega}{2} \int_{t_0}^{t-t_0} f(\theta) d(\theta) \quad (59)$$

care intervine în relația precedentă.

Se pune întrebarea în ce condiții $k(t)$ reprezintă o variantă *nedistorsionată* a semnalului $\Delta\omega f(t)$.

Se notează transformatele Fourier:

$$k(t) \leftrightarrow K(\omega), \quad f(t) \leftrightarrow F(\omega) \quad (60)$$

Rezultă :

$$K(\omega) = \frac{\Delta\omega}{2} \frac{F(\omega)}{j\omega} (1 - e^{-j\omega t_0}) = F(\omega) H_D(\omega) \quad (61)$$

unde

$$H_D(\omega) = \frac{\Delta\omega t_0}{2} \frac{\sin(\omega t_0/2)}{\omega t_0/2} e^{-j\omega t_0/2} \quad (62)$$

Adică semnalul $k(t)$ se obține prin prelucrarea semnalului $f(t)$ cu un

circuit *liniar* având factorul de transfer $H_D(\omega)$. Caracteristicile de frecvență pentru $H_D(\omega)$ sunt reprezentate în figura 15.

Se constată că pentru $\omega < 2/t_o$, funcția $H_D(\omega)$ realizează o bună aproximare a funcției de transfer a unui circuit de întârziere cu $t_o/2$.

$$F(\omega) = 0 \text{ pentru } |\omega| > 2/t_o \quad (63)$$

dacă la frecvența de modulație maximă se îndeplinește condiția:

$$t_o < 2/\omega_{mM}, \quad (64)$$

din relațiile (61) și (62) se obține:

$$H_D(\omega) \approx \frac{\Delta\omega t_o}{2} e^{-j\omega t_o/2}; \quad k(t) = \frac{\Delta\omega t_o}{2} f(t - \frac{t_o}{2}), \quad (65)$$

Cu acest rezultat, anvelopa (58) poate fi pusă sub forma:

$$U_s(t) = 2U_o \left| \sin\left[\frac{\Delta\omega t_o}{2} f(t - \frac{t_o}{2})\right] \cos\frac{\Psi(\omega_o)}{2} - \cos\left[\frac{\Delta\omega t_o}{2} f(t - \frac{t_o}{2})\right] \sin\frac{\Psi(\omega_o)}{2} \right| \quad (66)$$

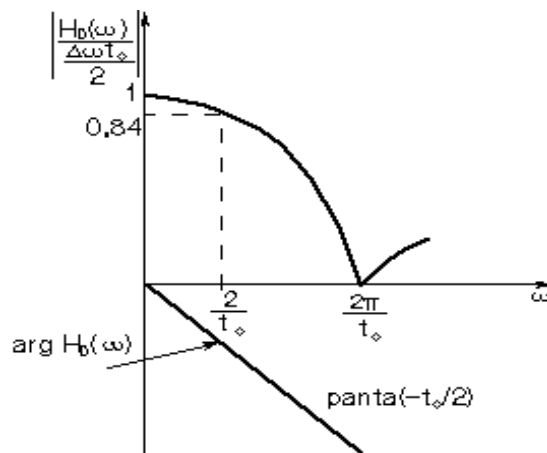


Figura 14

Dacă

$$\left| \frac{\Delta\omega t_o}{2} f(t - \frac{t_o}{2}) \right| < 0,2 \quad (67)$$

ceea ce se îndeplinește pentru

$$t_o < \frac{0,4}{\Delta\omega} \quad (68)$$

expresia anvelopei (66) devine:

$$U_s(t) = U_o \left| \Delta\omega t_o f(t - \frac{t_o}{2}) \cos \frac{\Psi(\omega_o)}{2} - 2U_o \sin \frac{\Psi(\omega_o)}{2} \right| \quad (69)$$

Pentru ca anvelopa să aibă forma semnalului modulator (întârziat cu $t_o/2$) este necesar ca expresia din care se ia modulul în relația (69) să nu își schimbe semnul. Rezultă condiția

$$2 \left| \sin \frac{\Psi(\omega_o)}{2} \right| \geq \Delta\omega t_o \left| \cos \frac{\Psi(\omega_o)}{2} \right| \quad (70)$$

Tinând seama de restricția (68), condiția de mai sus este îndeplinită dacă :

$$|\Psi(\omega_o)| > 0,4 \text{ rad} \quad (71)$$

$$U_s(t) = U_o \sqrt{2} \left[1 + \frac{\Delta\omega t_o}{2} f(t - \frac{t_o}{2}) \right] \quad (72)$$

In mod obișnuit se lucrează cu $\Psi(\omega_o) = \pm\pi/2$, expresia anvelopei (69) devenind:
semnul pozitiv corespunzând situației $\Psi(\omega_o) = -\pi/2$.

În conformitate cu rezultatele de mai sus se obține schema bloc a demodulatorului MF dată în figura 16. Blocul care realizează întârzierea este un circuit trece tot cu timpul de întârziere de grup t_o și faza $\psi(\omega_o)$ introdusă la frecvența purtătoare.

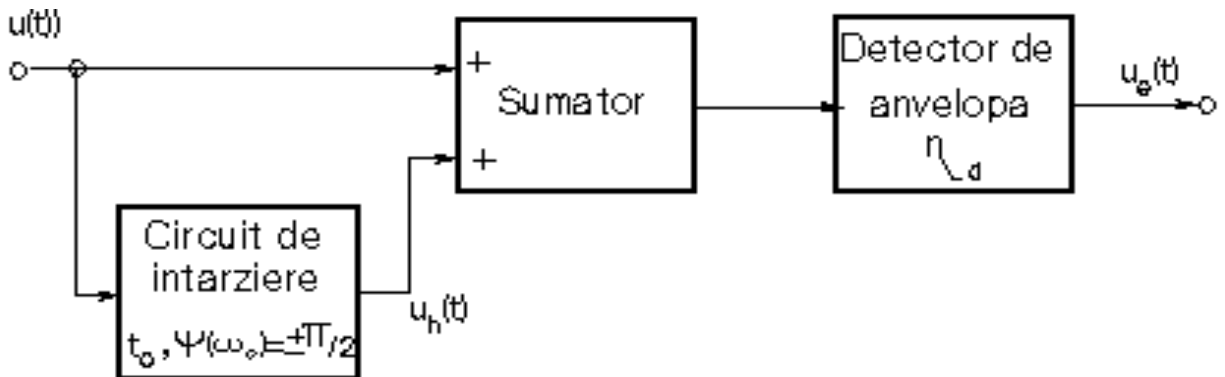


Figura 15

Respectând condițiile (64) și (68) expresia semnalului la ieșire este:

$$u_e(t) = \eta_d U_o \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \omega t_o f(t - \frac{t_o}{2}) \quad (73)$$

Procedeul de demodulare analizat apare indicat la frecvențe foarte înalte unde întârzierile se obțin cu linii sau ghiduri. Acest gen de demodulator se folosește și la demodularea fascicolului laser modulat în frecvență.

5.2 Discriminatorul de fază

O schemă bloc echilibrată a demodulatorului la care derivarea se realizează prin întârziere este dată în figura 17. Semnalul la ieșire are

expresia:

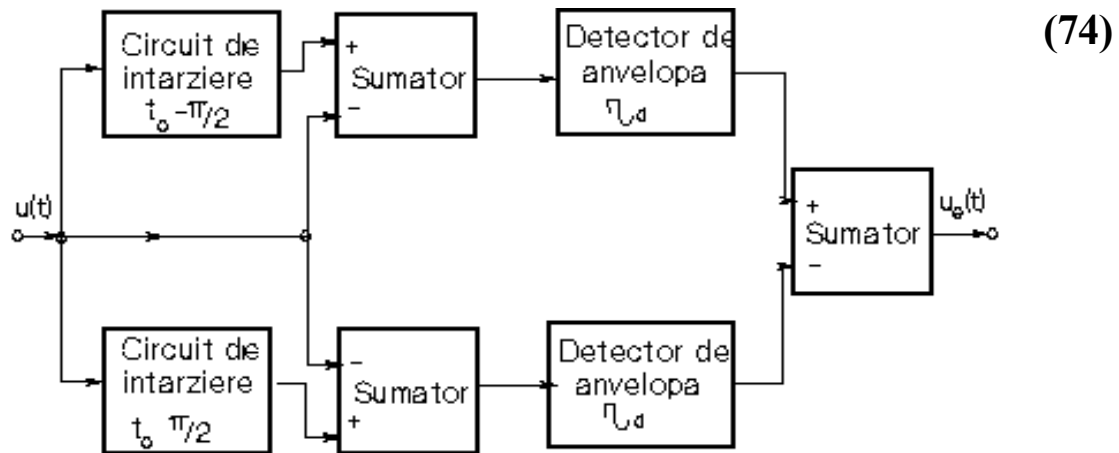


Figura 16

Dacă se ține seama că defazarea pe frecvența purtătoare egală cu $-\pi/2$ se poate obține ușor cu linii și că defazarea cu $\pi/2$ este echivalentă cu o schimbare de semn (defazaj cu π) plus o defazare cu $-\pi/2$, rezultă o variantă mai convenabilă de demodulator echilibrat, având schema bloc din figura 18.

În cazul utilizării unei linii coaxiale obișnuite pentru care $t_o=5\text{ns/m}$, la $f_o=10\text{MHz}$ este necesară o lungime de linie de 5 m pentru a asigura defazajul de $-\pi/2$. Liniile de construcție specială permit obținerea unei întârzieri de 30ns/cm astfel încât pe acest principiu se realizează comod demodulatoare și la frecvența $f_o=1\text{ MHz}$.

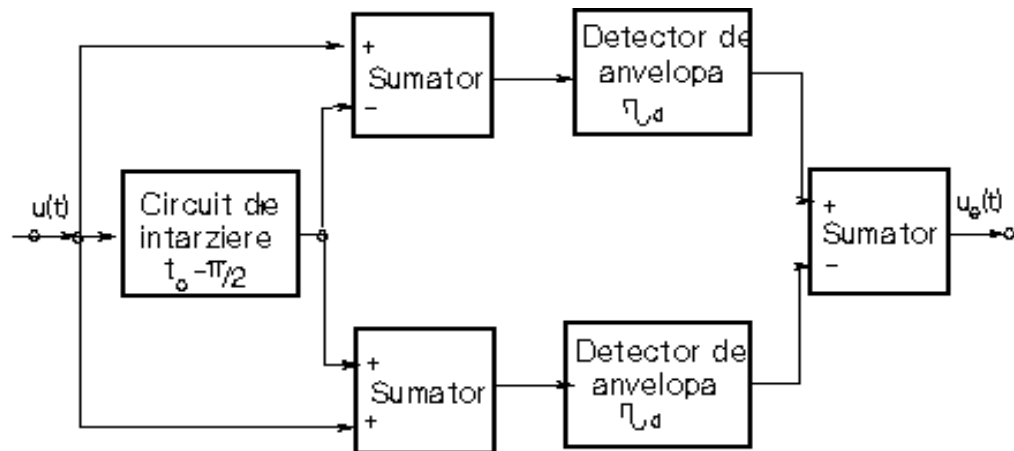


Figura 17

Circuitul care implementează schema bloc din figura 18 este cunoscut sub denumirea de *discriminator de fază* sau *demodulator Foster-Seeley* (figura 19).

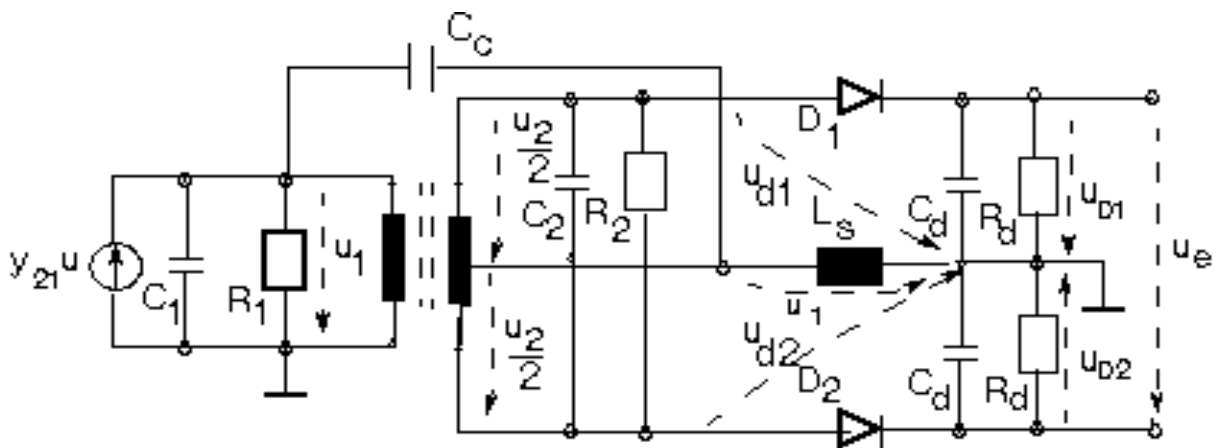


Figura 18

Condensatorul C_c se alege de valoare mare astfel încât la bornele bobinei de șoc L_s să se regăsească tensiunea $u_1(t)$. În acest mod se constată că tensiunile aplicate la intrările celor două demodulatoare de anvelopă

sunt

$$u_{d1} = u_1 + \frac{u_2}{2}; \quad u_{d2} = u_1 - \frac{u_2}{2} \quad (75)$$

În același timp semnalul la ieșire este

$$u_e(t) = u_{D1}(t) - u_{D2}(t) \quad (76)$$

Prin urmare, circuitul corespunde schemei bloc din figura 18 dacă se precizează în ce condiții circuitele cuplate aproximează, în banda de frecvență ocupată de semnalul MF, circuitul de întârziere descris în paragraful precedent.

Se știe [16] că

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{+jg}{1 + jx_2} \sqrt{\frac{G_1}{G_2}}; \quad G_1 = \frac{1}{R_1}; \quad G_2 = \frac{1}{R_2'} + \frac{1}{2R_{in}}; \quad (77)$$

$$x_2 = \frac{\omega - \omega_r}{\pi B_2}$$

în care $f_{r2} = \omega_{r2}/2\pi$ reprezintă frecvența de acord, $Q_2 = f_{r2}/B_2$ - factorul de calitate iar B_2 lărgimea benzii de trecere la o atenuare cu 3 dB corespunzătoare circuitului secundar, R_{in} rezistența de intrare a detectorului de anvelopă, $g = k(Q_1 Q_2)^{1/2}$ - indicele de cuplaj iar $k = M/(L_1 L_2)^{1/2}$ - coeficientul de cuplaj al circuitelor.

Se determină

$$g \sqrt{\frac{G_1}{G_2}} = k Q_2 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad (78)$$

Factorul de transfer, de la bornele circuitului primar la priza circuitului secundar, este

$$H_D(\omega) = \frac{U_2/2}{U_1} = \frac{+ - jkQ_2}{2(1 + jx_2)} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \approx$$

$$\approx + - \frac{kQ_2}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \frac{e^{-j[\arctg \frac{\omega - \omega_r^2}{\pi B_2} + \frac{\pi}{2}]}}{\sqrt{1 + (\frac{\omega - \omega_r^2}{\pi B_2})^2}} \quad (79)$$

Se vor acorda circuitele cuplate astfel încât $\omega_{r1} = \omega_{r2} = \omega_o$. Pentru ca circuitele cuplate să lucreze cât mai asemănător cu o linie de întârziere ideală este necesar ca $|H_D(\omega)| = 1$ în domeniul de frecvență ocupat de semnalul MF.

Dacă lărgimea de bandă ocupată de semnalul MF este B_{MF} atunci se impune condiția

$$B_2 \geq 5 B_{MF} \quad (80)$$

caz în care se poate scrie

$$H_D(\omega) \approx + - \frac{kQ_2}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} e^{-j[(\omega - \omega_o) \frac{1}{\pi B_2} + \frac{\pi}{2}]} \quad (81)$$

Dacă este îndeplinită și relația:

$$\frac{kQ_2}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 1 \quad (82)$$

factorul de transfer devine

$$H_D(\omega) \approx + - e^{-j[(\omega - \omega_o)t_o + \pi/2]}, \quad t_o = \frac{1}{\pi B_2} \quad (83)$$

În consecință demodulatorul funcționează corect dacă sunt îndeplinite simultan condițiile (62), (66), (78) și (80).

Tensiunea de ieșire, conform relației (72), este

$$u_e(t) = \eta_d \frac{\sqrt{2}}{\pi B_2} U_o \Delta \omega f(t - \frac{1}{2\pi B_2}) \quad (84)$$

Practica a evidențiat că aceste demodulatoare sunt caracterizate prin amplitudini relativ mari ale semnalului demodulat, prin distorsiuni mici și reglaje nu prea complicate.

Trebuie precizat faptul că pentru analiza funcționării discriminatorului de fază se pot adopta și alte puncte de vedere [36], care pot fi mai convenabile, funcție de scopul urmărit.

5.3 Detectorul de raport

Detectorul de raport a rezultat prin modificarea discriminatorului de fază, urmărindu-se obținerea unui demodulator MF care să facă și o limitare a semnalului prelucrat. Așa cum va rezulta mai departe, nu este vorba de o limitare în sensul curent folosit, ci de o acțiune menită să evite variații rapide ale amplitudinii semnalului MF. Acest tip de limitare este cunoscut sub denumirea de *limitare dinamică* și se bazează pe înmagazinarea unei informații cu privire la amplitudinea semnalului modulat.

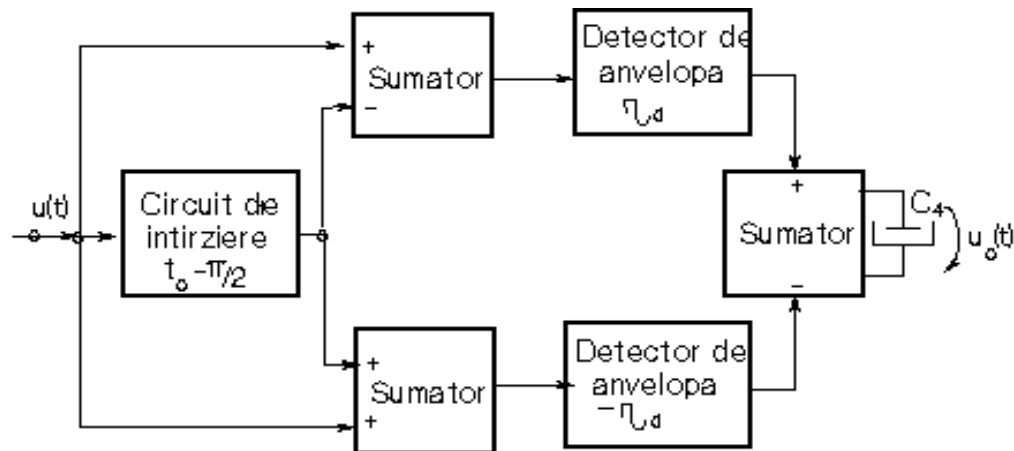


Figura 19

Schema bloc a detectorului de raport este dată în figura 20. Se constată că față de schema similară a discriminatorului de fază au fost operate două modificări:

- detectorul de anvelopă din ramura inferioară are randamentul de detecție $-\eta_d$, altfel spus extrage anvelopa inferioară;
- semnalul rezultat la ieșirea sumatorului este aplicat unui condensator C_4 de capacitate mare.

Tinând cont de modificarea detectorului de anvelopă semnalul la ieșire devine

$$u_o(t) = 2\eta_d \sqrt{2} U_o \quad (85)$$

deci o tensiune continuă proporțională cu amplitudinea semnalului MF. Această tensiune înmagazinată în condensatorul C_4 reprezintă informația pe care se bazează procesul de limitare dinamică.

Așadar semnalul de ieșire nu mai reprezintă semnalul demodulat; acesta poate fi extras de la ieșirea unuia dintre detectoarele de anvelopă;

demodulatorul MF va fi însă de tip neechilibrat cu dezavantajele asociate. Așa cum se va vedea în continuare, este posibilă crearea unei ieșiri echilibrate prin modificări suplimentare.

Există mai multe variante de implementare a detectorului de raport, dintre care cea mai simplă constă din modificarea schemei discriminatorului de fază în conformitate cu precizările de mai sus. Pentru a fi prezentată în acest paragraf a fost aleasă o schemă îmbunătățită, cunoscută sub denumirea de *detector de raport cu bobină terțiară* (figura 21).

Semnalul modulat, neîntârziat, este preluat printr-un cuplaj inductiv și reprezintă o fracțiune α , din semnalul $u_1(t)$:

$$u_1'(t) = \alpha u_1(t) \quad (86)$$

Condensatorul C_3 fiind de capacitate mare, deci putând fi considerat scurtcircuit pentru semnalul RF, la intrarea detectoarelor de anvelopă se aplică:

$$u_{d1}(t) = \alpha u_1(t) + \frac{u_2(t)}{2}; \quad u_{d2}(t) = \alpha u_1(t) - \frac{u_2(t)}{2} \quad (87)$$

Prin dimensionarea adecvată a cuplajelor se poate realiza

$$\alpha = \frac{kQ_2}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 1 \quad (88)$$

revenindu-se la condițiile de lucru din paragraful 5.2. Realizarea celor doi coeficienți egali dar diferiți de unitate, are ca efect introducerea unui factor corespunzător în expresiile care dau valorile semnalelor de ieșire. În

concluzie, din punctul de vedere al semnalului $u_o(t)$ schema analizată reprezintă o transpunere în practică a schemei bloc din figura 20.

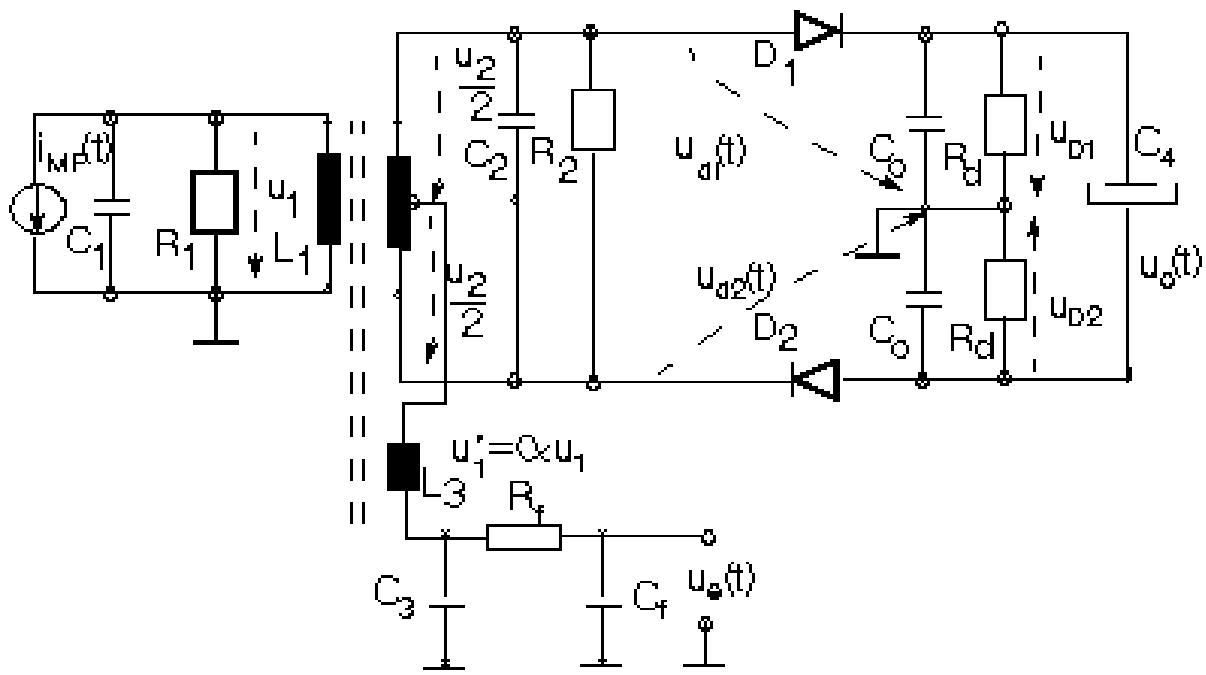


Figura 20

Realizarea efectului de limitare poate fi înțeleasă dacă se ia în considerație circuitul dat în figura 22. Este evident că atunci când tensiunea la bornele circuitului rezonant crește depășind tensiunea E_o , dioda se deschide. Presupunând că factorul de calitate al circuitului selectiv este mare (>10), cu o serie de calcule simple [8, pp 186-188] se arată că semnalul $u(t)$ este un semnal sinusoidal cu amplitudinea egală cu E_o , atâta timp cât amplitudinea curentului de intrare nu scade sub o anumită limită.

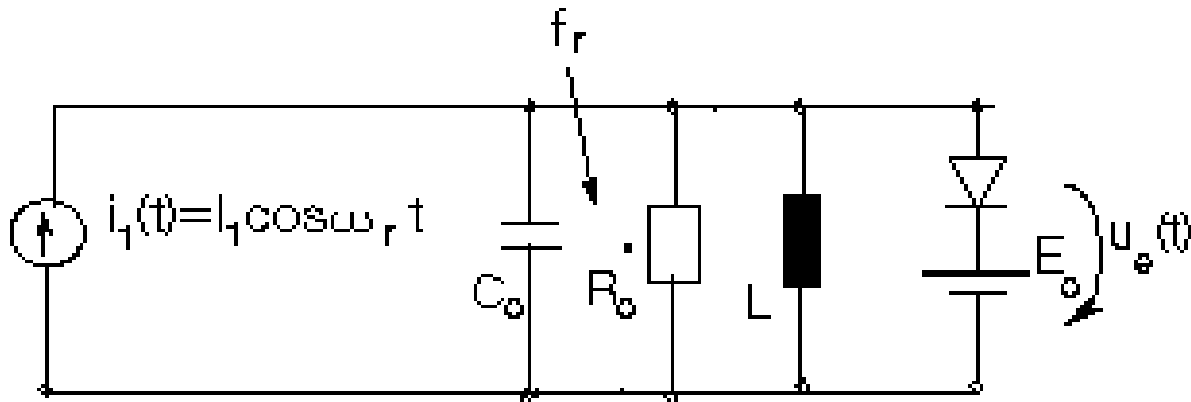


Figura 21

Revenind la detectorul analizat, rolul sursei de tensiune E_o revine generatorului echivalent condensatorului încărcat C_4 . Tensiunea la care este încărcat condensatorul fiind proporțională cu amplitudinea semnalului MF, circuitul are tendința de a nu permite variații rapide ale acesteia. Viteza variațiilor la care apare acest efect depinde de capacitatea condensatorului C_4 și de elementele rezistive din circuit. O analiză aprofundată a efectului de limitare și a condițiilor de funcționare corectă este dată în [33],[34],[35].

În sfârșit, pentru a analiza ieșirea de semnal, se observă că curenții prin diodele de detecție care crează semnalele detectate pe grupurile $R_o C_o$, încarcă condensatorul C_3 circulând în sensuri opuse; în consecință efectele lor, din punctul de vedere al tensiunii de joasă frecvență obținută pe acest condensator, se însumează rezultând

$$u_e(t) = \eta [u_D 1(t) + u_D 2(t)] \quad (89)$$

relație care confirmă faptul că acest demodulator este echilibrat și în care η

este un coeficient care depinde de relația existentă între C_0 și C_3 .

Detectorul de raport a prezentat un deosebit interes în acea fază de dezvoltare a sistemelor de comunicații, în care dispozitivele active (tuburi, tranzistoare) erau scumpe, deci economia realizată prin eliminarea limitatorului era interesantă.

6 Demodulatorul MF în cuadratură

6.1 Principiul de funcționare

Demodulatorul MF în cuadratură, întâlnit uneori și sub denumirea de detector de coincidență este, așa cum rezultă din schema bloc dată în figura 23, un demodulator cu circuit de întârziere și detector de produs.

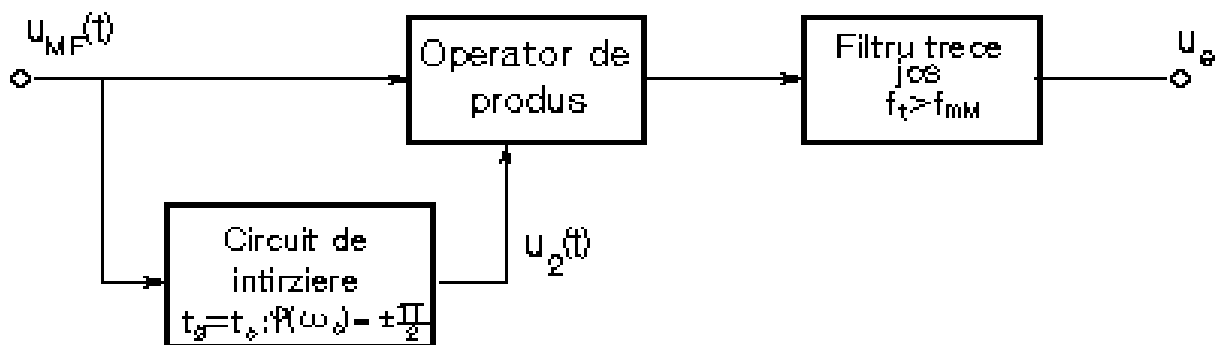


Figura 22

Presupunând că semnalul la intrare este

$$u(t) = U_o \cos[\omega_o t + \Delta\omega \int f(\theta) d(\theta)] \quad (90)$$

atunci după blocul de întârziere rezultă

$$u_h(t) = U_o \sin[\omega_o t + \Delta\omega \int_{t-t_o}^{t-t_o} f(\theta) d(\theta) - \frac{\pi}{2}] \quad (91)$$

Componenta de joasă frecvență, obținută în urma filtrării semnalului

$$u_2(t) = K_M u(t) u_h(t) \quad (92)$$

obținut la ieșirea operatorului de produs este

$$u_e(t) = K_M \frac{U_o^2}{2} \sin[\Delta\omega \int_{t-t_o}^t f(\theta) d\theta] \approx K_M \frac{U_o^2}{2} \Delta\omega t_o f(t - \frac{t_o}{2}) \quad (93)$$

Conform analizei efectuate în paragraful 5.1. aproximația este valabilă dacă se îndeplinesc condițiile:

$$t_o < \frac{2}{\omega_{mM}}; \quad t_o < \frac{0,2}{\Delta\omega_M} \quad (94)$$

6.2 Circuite de întârziere

În figura 24 sunt date trei circuite de întârziere mai des folosite în demodulatoarele MF în cuadratură. Prin calcule simple se obține factorul de transfer

$$H_i(\omega) = \frac{U_h}{U_i} = \frac{H_o(\omega)}{\sqrt{1+x^2}} e^{j(\frac{\pi}{2} - \arctg x)} \quad (95)$$

unde:

$$x = \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) Q \approx \frac{\omega - \omega_r}{\pi B} \quad (96)$$

- $f_r = \omega_r / 2\pi$ reprezintă frecvența de rezonanță a circu-itului selectiv;
expresia frecvenței de rezonanță funcție de elementele din
circuit este dată în tabelul 1;
- Q - factorul de calitate;
- B - banda la 3 dB, iar
- $H_o(\omega)$ - un factor care depinde de circuitul considerat conform
tabelului 1.

In expresia (96) aproximația este valabilă pentru frecvențe apropiate
de frecvența de rezonanță; pentru aplicația considerată semnalele
prelucrate respectă această restricție.

Dacă este îndeplinită și condiția

$$x < 0,2 \quad \text{adica} \quad B_{MF} < 0,2 B \quad (97)$$

factorul de transfer (94) poate fi exprimat

$$H_i(\omega) \approx H_o(\omega) e^{-j\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega - \omega_r}{\pi B}\right)} \quad (98)$$

deci aproximează un circuit de întârziere caracterizat prin

$$\varphi(\omega_r) = +\frac{\pi}{2}; \quad t_o = \frac{1}{\pi B}; \quad H_o = H_o(\omega) \approx H_o(\omega_r) \quad (99)$$

Pentru demodulatoarele în cuadratură faptul că H_o este diferit de 1
nu are efecte negative.

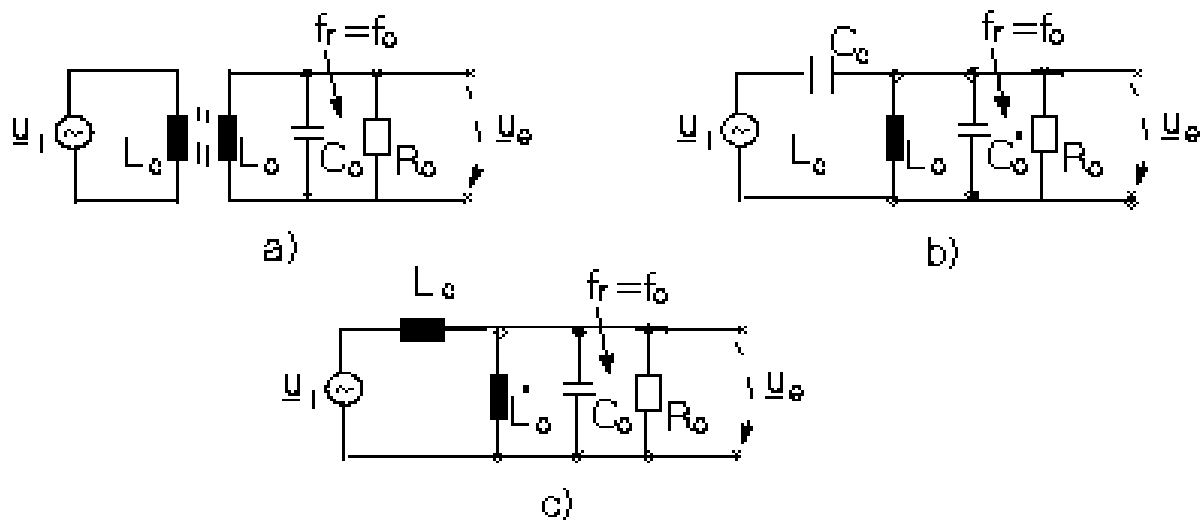


Figura 23

Dintre variantele de realizare a circuitului de întârziere care nu sunt abordate în această lucrare se remarcă cele care în locul circuitului derivație folosesc o pereche de circuite cuplate. Acestea sunt mai complexe dar realizează performanțe mai bune din punctul de vedere al liniarității caracteristicii de fază [48],[49].

Tabelul 1

Circuitul	$H_o(\omega)$	ω_r
a	$+ \frac{MR_o}{\omega L_o L_c}$	-
b	$\omega C_c R_o$	$C_o = C'_o + C_c$
c	$- \frac{R_o}{\omega L_c}$	$L_o = \frac{L L'_o}{L + L'_o};$

6.3 Regimuri de lucru ale demodulatorului în cuadratură

Funcție de semnalele aplicate la intrările operatorului de produs se disting trei situații:

- a. Semnale sinusoidale aplicate pe ambele intrări;
- b. Semnale dreptunghiulare aplicate pe ambele intrări;
- c. Semnal sinusoidal aplicat pe o intrare, semnal dreptunghiular aplicat pe cea de a doua.

Prezintă interes analiza acestor alternative în condiții reale de lucru. Se va considera că blocul de întârziere este realizat cu unul dintre circuitele prezentate în paragraful precedent iar operatorul de produs este un operator integrat de tipul celui analizat în paragraful 6.3.4, în varianta

$R_x=0$. În aceste condiții cele trei alternative pot apărea la același demodulator funcție de nivelul semnalului MF. Prin analiza lor se poate pune în evidență dependența performanțelor detectorului funcție de acest parametru. Luând drept criteriu distorsiunile neliniare care afectează procesul de demodulare se poate demonstra [37] că performanțele cele mai bune se obțin în cazul că ambele intrări lucrează în limitare (b).

Pentru a ilustra procedeul folosit se descriu etapele parcurse pentru analiza regimului (a) și se dau rezultatele obținute pentru celelalte.

Distorsiunile neliniare se determină considerând că semnalul modulator este

$$f(t) = \cos \omega_m t \quad (100)$$

și că blocul de întârziere este descris de expresia exactă (93).

Presupunând că sunt îndeplinite condițiile de lucru în regim cvasistaționar (41) semnalul la ieșirea circuitului de întârziere este

$$u_h(t) = \frac{U_o H_o(\omega)}{\sqrt{1+x^2}} \cos(\omega_o t + \Delta\omega \int^t f(\theta) d\theta - \arctg x + \frac{\pi}{2}) \quad (101)$$

unde U_o reprezintă amplitudinea semnalului de intrare $U_i(t)$.

Având în vedere că, de regulă, $B_{MF} \ll f_o$, se poate considera $H(\omega) \approx H(\omega_r)$.

Semnalul de joasă frecvență obținut după operatorul de produs, semnal care poate fi separat cu ajutorul unui filtru trece-jos, este

*Transmisiuni Analogice și Digitale: Tehnici folosite pentru demodularea
semnalelor MF*

$$u_2(t) = \frac{K_m H(\omega_r) U_o^2}{\sqrt{1+x^2}} \sin(\arctg x) = K_m H(\omega_r) U_o^2 v(x) \quad (102)$$

unde s-a introdus notația

$$v(x) = \frac{\sin(\arctg x)}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}} \quad (103)$$

Distorsiunile sunt puse în evidență dezvoltând expresia (102) în serie în jurul valorii $x=0$

$$u_2(t) = K_m H(\omega_r) U_o^2 (v(0) + \frac{1}{1!} \frac{dv}{dx} \Big|_{x=0} x + \frac{1}{2!} \frac{d^2 v}{dx^2} \Big|_{x=0} x^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 v}{dx^3} \Big|_{x=0} x^3 + \dots) \quad (104)$$

Cu calcule simple rezultă

$$u_2(t) = K_m H(\omega_r) U_o^2 (x - x^3 + \dots) \quad (105)$$

Pentru semnalele MF considerate

$$x \approx \frac{\omega - \omega_o}{\pi B} = \frac{\Delta \omega}{\pi B} \cos \omega_m t = \frac{2 \Delta f}{B} \cos \omega_m t \quad (106)$$

și expresia (104) pune în evidență faptul că există numai armonici de ordin impar. Având în vedere că

$$\cos^3 z = \frac{1}{4} (3 \cos z + \cos 3z) \quad (107)$$

$$d_3 = \left(\frac{\Delta f}{B} \right)^2 \quad (108)$$

se obține pentru coeficientul de distorsiuni de ordinul 3 expresia

Procedând asemănător, dar uneori cu calcule ceva mai complicate, se deduc:

- pentru cazul că se lucrează în regim de limitare pe ambele intrări

$$d_3 = \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta f}{B} \right)^2; \quad (109)$$

- pentru cazul că intrarea pe care se aplică semnalul întârziat nu lucrează în limitare

$$d_3 = \left(\frac{\Delta f}{B} \right)^2; \quad (110)$$

- pentru cazul că intrarea pe care se aplică semnalul neîntârziat nu lucrează în limitare

$$d_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta f}{B} \right)^2. \quad (111)$$

Rezultatele de mai sus arată că demodulatoarele în cuadratură realizează performanțe optime dacă ambele semnale implică funcționarea operatorului de produs în regim de limitare. Dacă nivelul semnalului MF scade sub valoarea necesară limitării pe oricare din cele două intrări, distorsiunile neliniare cresc, ajungând să fie de cca 3 ori mai mari atunci când ambele intrări lucrează în regim liniar.

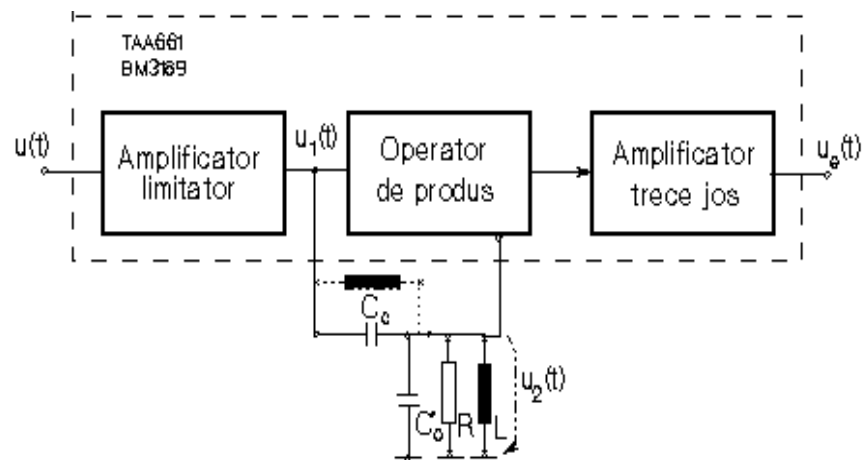


Figura 25

În încheiere, în figura 25 este dată schema simplificată a demodulatorului folosit în echipamentele de recepție realizate cu circuite integrate.

Semnalul $u_1(t)$ este limitat și are amplitudinea E (de exemplu pentru *CI-TAA661*, $E=140\text{mV}$). Dacă generatorul de tensiune echivalent amplificatorului limitator este caracterizat prin $R_g \ll |X_c|$, amplitudinea semnalului defazat, pentru $\omega=\omega_r$, conform (95), este

$$U_h = \omega_r C_c R_o \frac{2E}{\pi} = \frac{2E}{\pi} \frac{C_c}{C_c + C_o} Q \quad (112)$$

Pentru ca operatorul de produs să lucreze în limitare este necesar

$$U_h \geq 4V_T \approx 130\text{mV} \quad (113)$$

Cunoscând parametrii semnalului modulat (f_{mM} , Δf), capacitatea impunând valoarea maximă a distorsiunilor neliniare și alegând din alte considerente C'_o , din expresiile (109), (113) și din condiția de acord (Tabelul 1), se determină banda de trecere a circuitului (deci factorul de

calitate), valoarea componentei de cuplaj și inductanța bobinei L . La rândul lui, factorul de calitate este dat de expresia

$$Q = \omega_r (C_o + C_c) \frac{R R_o}{R + R_o} \quad (114)$$

unde R_o este rezistența de pierderi a circuitului iar R o rezistență adițională; în general trebuie luată în considerație și contribuția rezistenței R_g .